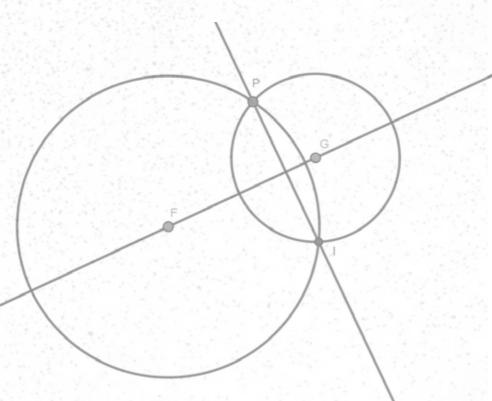
María Fernanda Delprato José Nicolás Gerez Cuevas (Comps.)

Prácticas de enseñanza de la matemática:

formación docente, educación de adultos y materiales de enseñanza



Prácticas de enseñanza de la matemática: formación docente, educación de adultos y materiales de enseñanza

María Fernanda Delprato José Nicolás Gerez Cuevas

(Comps.)



Prácticas de enseñanza de la matemática : formación docente, educación de adultos y materiales de enseñanza / María Fernanda Delprato ... [et al.]; Compilación de María Fernanda Delprato; José Nicolás Gerez Cuevas. - 1a ed - Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Filosofía y Humanidades, 2024.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-950-33-1842-3

1. Educación. 2. Matemática. I. Delprato, María Fernanda II. Delprato , María Fernanda, comp. III. Gerez Cuevas, José Nicolás , comp.

CDD 370.711

Publicado por

Área de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades - UNC

Córdoba - Argentina

1º Edición

Área de

Publicaciones

Diagramación y diseño: María Bella

2024



Prácticas de enseñanza de la matemática: formación docente, educación de adultos y materiales de enseñanza



Autoridades de la FFyH - UNC

Decana

Lic. Flavia Andrea Dezzutto

Vicedecano

Dr. Andrés Sebastián Muñoz

Área de Publicaciones

Coordinadora: Dra. Mariana Tello Weiss

Centro de Investigaciones de la FFyH María Saleme de Burnichon

Dirección: Dra. Isabel Castro Olañeta

Secretaria Académica: Lic. Marcela Carignano

Área Educación: Dra. Gabriela Lamelas

Área Feminismos, Género y Sexualidades: Lic. Ivana Soledad Puche

Área Historia: Dr. Pablo Requena Área Letras: Dra. María Angélica Vega

Área Filosofía: Dra. Natalia Lorio

Área Ciencias Sociales: Dra. Cecilia Inés Jiménez

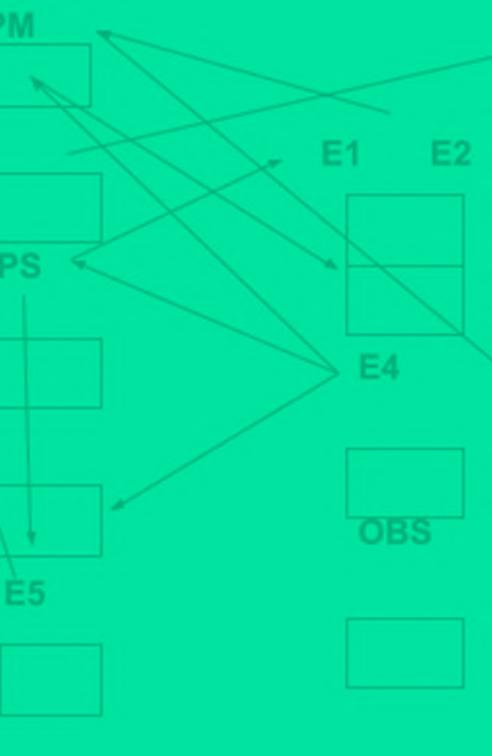
Índice

ntroducción	15	
Enseñanza de la Matemática educación de adultos	25	
Itinerarios y miradas en torno a la		
enseñanza matemática en la EDJA		
por María Fernanda Delprato	27	
El proceso de medir en un taller de carpintería:		
desafíos descriptivo-analíticos de reconstrucción		
de diversos "modos de hacer"		
por María Laura Lamarque	69	
El saber docente en EDJA: una diversidad de		
sentidos sobre la enseñanza de la matemática		
por José Nicolás Gerez Cuevas	93	
Prácticas pedagógicas de profesores-tutores		
de matemática en el programa educación		
a distancia para jóvenes y adultos		
por Jorge Ceballos	125	

enseñanza matemática	155
Acerca de diferentes designaciones	
de los números naturales	
por Dilma Fregona	15'
Análisis de una propuesta de enseñanza de las	
operaciones del campo multiplicativo en un	
dispositivo del Plan Matemática para Todos	
por Lorena Vignolo	175
Una experiencia colaborativa en torno a la enseñanza	
de los números racionales en la escuela primaria	
por María Laura Imvinkelried	193
Algunas reflexiones en relación con la validación de	
una tarea de construcción geométrica que incorpora	
el GeoGebra al medio didáctico	
por Ana Inés Cocilova	223
·	
Una investigación de Situaciones de Comunicación	
en el Nivel Superior: interacciones que grupos	
emisores y receptores establecen cuando se	
incorpora el GeoGebra al medio didáctico	
por Rafael Adrián Cornejo Endara	253

Un enorme y afectuoso recuerdo para Nadine y Guy Brousseau, pilares de una primera generación de didactas de la matemática... El estudio de fenómenos en el desarrollo de la Teoría de las Situaciones Didácticas, incluyó a los docentes, en particular a los de la Escuela Michelet de Talence, como actores intelectuales fundamentales en los procesos de enseñanza. Nosotros y las nuevas generaciones quisiéramos estar a la altura de continuar con ese legado

A las voces y experiencias docentes con (y no sobre) las que hemos co-producido estos saberes orientados a la defensa de la educación pública y del conocimiento matemático como un bien social.



Introducción

rete libro reúne distintas producciones de investigadores y tesistas del $oldsymbol{ extstyle L}$ proyecto Estudiar prácticas educativas y materiales de enseñanza de la matemática (SECyT-UNC, 472/18). En ellas resuenan voces y preocupaciones colectivas de un grupo de investigación que viene indagando en torno a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en aulas comunes desde el año 2007. En los proyectos más recientes, la problemática que articula estos andares y voces es la de estudiar las ayudas al estudio para enseñar o aprender determinados objetos matemáticos en condiciones singulares, y los procesos de estudio que involucran utilizar las matemáticas en diferentes instituciones, procesos reconocidos por la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) (Chevallard et. al, 1997)1. En el abordaje de esta problemática definimos diversas dimensiones para su indagación: formación docente, materiales de enseñanza y usos de la matemática en ámbitos no escolares.

En relación al estudio de procesos de formación docente sobre la enseñanza matemática, nuestros recortes empíricos refieren a la educación de jóvenes y adultxs y dispositivos de formación de políticas públicas. Trabajamos en torno a trayectorias laborales de iniciación profesional en la educación de jóvenes y adultxs tematizando desafíos del trabajo docente de enseñanza en esta modalidad educativa, así como en el marco de proce-

¹ Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997) Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Volumen 22 de Cuadernos de educación, Universidad de Barcelona Instituto de Ciencias de la Educación

sos colaborativos de discusión curricular con docentes que se desempeñan en esta modalidad. Asumimos la indagación de estos procesos formativos no sólo en la escala institucional, inscriptos en condiciones singulares en función de restricciones estructurales de funcionamiento de la experiencia escolar, sino que a su vez nos adentramos en procesos diseñados en el marco de políticas públicas de acompañamiento de la enseñanza como el Plan de Matemáticas para Todos y estrategias de continuidad pedagógica en pandemia.

Otra dimensión de nuestras indagaciones ha sido el análisis y accesibilidad de materiales de enseñanza matemática provenientes de ámbitos de investigación (realizados en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas) y de políticas públicas de inclusión (de Matemáticas para Todos y Programa de Educación a Distancia para Jóvenes y Adultos, Nivel Secundario de la Dirección General de Educación de Jóvenes y Adultos del Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba). Si bien las fuentes de materiales de enseñanza analizados son diversas (producciones fruto de investigaciones didácticas y otros generados por políticas públicas para docentes), las perspectivas teóricas de sostén del análisis y las preocupaciones que orientan estas indagaciones comparten miradas y apuestas.

Finalmente hemos sostenido, desde la perspectiva más amplia que ofrece la idea de "estudio" de la matemática en diferentes instituciones, la exploración de procesos de utilización de la matemática en ámbitos no escolares -albañilería en obras pequeñas, carpintería en empresas familiares- profundizando sus potenciales articulaciones con decisiones para la formación profesional (escuelas secundarias técnicas y/o escuelas de oficios) y para la enseñanza escolar.

En esta obra en su conjunto retomamos la idea de "estudio" sostenida por la perspectiva teórica de la TAD, así como el reconocimiento que nos ofrece esta teoría de que todo individuo desde su nacimiento está sujetado a múltiples instituciones. Estas instituciones no solo posibilitan, sino que imponen a sus sujetos ciertas formas de hacer y de pensar. Así, la relación personal de un sujeto con un objeto se conforma a partir de entrar en determinadas obras que viven en las diversas instituciones en las que

este sujeto ocupa una posición (Chevallard, 2003²). En este sentido, es relevante para una mirada didáctica indagar diferentes prácticas matemáticas que los sujetos desarrollan en una diversidad de instituciones, sean estas escolares u otras, ya que es en esa dinámica donde se configuran sus saberes. Esta apuesta, como veremos, nutre las diversas partes y tópicos temáticos de este libro.

En este libro presentamos algunos resultados derivados de estas dimensiones definidas para el abordaje de la problemática en estudio y avances iniciales de líneas abiertas a partir de este proceso que han conformado tesis de posgrado en curso. Para ello, hemos estructurado este texto en dos grandes tópicos: un conjunto de capítulos vinculados a uno de nuestro campos de producción, la enseñanza de la matemática en la educación de adultos (véase en esta obra los capítulos de Delprato, Lamarque, Gerez Cuevas y Ceballos); y otra serie de capítulos que ingresan desde múltiples aristas a la formación docente y a materiales de enseñanza que pueden nutrir estos procesos formativos (véase en esta obra los capítulos de Fregona, Vignolo, Imvinkelried, Cocilova y Cornejo Endara).

Como podrá advertirse en la reseña que compartimos de ambas secciones, la primera parte abona a un área de vacancia: la indagación de prácticas matemáticas no escolares y la caracterización de condiciones y políticas de trabajo docente en la enseñanza matemática con jóvenes y adultos. Producir conocimiento en torno a un campo habitualmente asumido como marginal y con propuestas educativas pensadas como remedos (de la educación infantil) y con carácter remedial, supone bregar por la necesaria especificidad de la educación matemática con jóvenes y adultos. Pero a su vez, conlleva asumir que esta especificidad se reconoce y construye a partir del estudio de los sujetos jóvenes y adultxs y educadores, sus saberes y condiciones concretas.

La segunda parte retoma estudios desarrollados en torno a escenarios cuya indagación cuenta con una mayor tradición en el campo de la educación matemática. En estos capítulos el foco se centra en diversos aspectos de prácticas matemáticas que se desarrollan en las instituciones escolares (incluyendo dispositivos de formación docente inicial y continua). Estas

² Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. En S. Maury S. & M. Caillot (eds.), *Rapport au savoir et didactiques*, (pp. 81-104). Éditions Fabert, Paris.

producciones exploran algunas aristas que devienen de considerar a estas prácticas desde una *definición institucional de la enseñanza* (Terigi, 2012³), esto es, que no es comprendida como una producción individual libre de restricciones, sino en el marco de las condiciones propias de la escuela. En tal sentido, queremos destacar que es una mirada teórica la que permite poner en relación y en tensión estos hallazgos con los relevados en la anterior sección del libro.

Primera parte: Enseñanza de la matemática y educación de adultos

La primera parte de este libro aborda la enseñanza de la matemática en la educación de adultos. Los dos primeros capítulos de María Fernanda Delprato y María Laura Lamarque otorgan mayor centralidad a modos y vías para mirar a lxs adultxs y sus conocimientos matemáticos construidos en sus trayectorias socioeducativas (Montesinos, Sinisi y Schoo, 2010⁴). En cambio, los capítulos desarrollados por José Nicolás Gerez Cuevas y Jorge Ceballos se enfocan en lxs docentes de esta modalidad educativa.

María Fernanda Delprato da apertura a esta parte presentando una narrativa de procesos de investigación y de formación sobre condiciones didácticas de la enseñanza matemática en la educación de adultos. Va reseñando desplazamientos conceptuales efectuados en sucesivos estudios sobre los conocimientos matemáticos de lxs sujetos de los espacios educativos de jóvenes y adultxs: el reconocimiento de la heterogeneidad de estos conocimientos, su desigual distribución y apropiación en función de las posiciones ocupadas en espacios productivos como la albañilería y la carpintería y la incidencia de condiciones materiales en las que se inscribe la resolución de tareas matematizables de estos espacios de producción. En torno a este último tópico o dimensión del carácter social de los conocimientos matemáticos, dialoga con los desarrollos realizados por María Laura Lamarque sobre artefactos empleados y gestos implicados en su uso en un taller familiar de carpintería. Estos desplazamientos y la caracteriza-

³ Terigi, F. (2012). Los saberes docentes. Formación, elaboración en la experiencia e investigación. Buenos Aires: Santillana.

⁴ Sinisi, L., Montesinos, P., Schoo, S. (2010) Aportes para pensar la educación de jóvenes y adultos en el nivel secundario : un estudio desde la perspectiva de los sujetos. Buenos Aires: DINIECE. Serie La Educación en debate No. 7.

ción propuesta de los modos de transmisión de estos conocimientos matemáticos cotidianos de adultxs en sus espacios laborales, va anticipando la singularidad del trabajo docente en espacios escolares de la educación de jóvenes y adultos, cuestión que dialoga con lo reseñado en los capítulos de José Nicolás Gerez Cuevas y Jorge Ceballos.

En el siguiente capítulo, María Laura Lamarque retoma desarrollos realizados en el marco de su trabajo final integrador de la Especialización en Enseñanza de las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario (FAHCE-UNLP), realizado bajo la dirección de Delprato, que procuraba reconstruir conocimientos de las prácticas cotidianas de dos carpinteros de un taller familiar vinculadas con el proceso de medir. Algunos interrogantes que orientaron este trabajo fueron: qué estrategias conocidas usan al trabajar y cuáles construyen en el taller; cuáles instrumentos de medición, herramientas y máquinas usan y de qué manera lo hacen; qué conocimientos matemáticos ponen en juego y de qué manera. En este capítulo la autora presenta decisiones teórico-metodológicas del proyecto de este trabajo final, para luego poner en foco desafíos descriptivos-analíticos atravesados en su realización: definir encuadres de la entrevista que viabilizaran el acceso a las prácticas de los carpinteros, formas de describir y analizar la tarea de carpintería indagada (la construcción de una mesa plegable a medida que revestía particular complejidad para estos carpinteros). En relación a este último desafío, propone una perspectiva teórico-analítica asentada en la noción de obra matemática situada en una determinada institución como respuesta a cuestiones, en el caso analizado tareas afrontadas por el grupo de carpinteros indagados. Así procura reconstruir el modelo praxeológico en juego en la tarea analizada mediante el reconocimiento de sub-tareas usadas en esta elaboración, la reconstrucción de técnicas (o modos de hacer) involucradas, y la recuperación de discursos de los carpinteros sobre estas técnicas. Asimismo, comparte el soporte empleado en la sistematización de esta reconstrucción. A partir de este recorrido en torno a los desafíos teórico-metodológicos-analíticos de reconstruir conocimientos cotidianos, reflexiona finalmente sobre aportes de este estudio a la enseñanza matemática escolar, en particular, a la discusión de condiciones didácticas de la enseñanza y del aprendizaje de la medida.

El capítulo de *José Nicolás Gerez Cuevas* retoma algunos hallazgos provenientes de su tesis en el Doctorado en Ciencias de la Educación, dirigida

por Dilma Fregona y codirigida por María Fernanda Delprato, en la que estudió el modo en que se articulan condiciones institucionales, saberes docentes y prácticas de enseñanza de la matemática en escuelas primarias que forman parte de la modalidad de Educación de Jóvenes y Adultos en Córdoba. En este texto presenta parte del proceso de documentación de ideas y nociones que forman parte del saber docente construido en el cotidiano escolar en estas instituciones. Su texto se inicia con la exposición de algunas características del proceso de estudio desarrollado para comprender la complejidad de la enseñanza en estos escenarios. Luego, comunica su posicionamiento sobre el modo de mirar el saber docente, en la que entrama referentes conceptuales, principalmente a partir de aportes de la etnografía educativa latinoamericana. A partir de estas coordenadas, presenta algunos núcleos de sentido puestos en juego por maestras en la reflexión sobre su trabajo en la modalidad, vinculados con la enseñanza de la matemática. Estos conocimientos muestran una diversidad de maneras mediante las que lxs maestrxs enfrentan el desafío de la divergencia entre las condiciones y restricciones de la enseñanza en estos escenarios y las de la escuela infantil. Por último, cierra el capítulo reconociendo algunas convergencias y singularidades individuales, en función de las diferentes condiciones institucionales y trayectorias de vida de las maestras.

En el último capítulo de esta primera parte, Jorge Ceballos comparte avances de su tesis en curso realizada en el marco del Doctorado en Estudios Sociales de América Latina CEA-UNC bajo la dirección de María Fernanda Delprato y Mariana Tosolini. En esta investigación se aboca al estudio de sentidos y prácticas pedagógicas de docentes integrantes del Programa de Educación a Distancia de Jóvenes y Adultos de Nivel Secundario. En su texto nos aproxima a una descripción analítica del programa educativo analizado reconstruyendo algunas de sus condiciones vinculadas a su trama organizativa en la escala institucional, así como a recursos, infraestructura y dinámicas temporales del mismo. Por otro lado, reconstruye en el plano normativo condiciones vinculadas a sus destinatarios, modos de agrupamiento y régimen académico. A partir de sus avances de observaciones realizadas de sus estudios en caso, nos "abre la puerta" de un aula de este programa acercándonos analíticamente a prácticas pedagógicas vinculadas a mediaciones docentes y circulación en el aula, modos y ritmos de evaluación y acreditación. Posteriormente se adentra en discursos docentes relevados en el marco de entrevistas y nos propone sistematizaciones de nudos de estas voces en torno a lxs estudiantes y mediaciones docentes construidas. En particular el autor nos propone explorar la categoría de "configuraciones culturales" como perspectiva para comprender estas voces y, así, atravesamientos de prácticas pedagógicas reconstruidas de lxs docentes indagadxs. Se detiene en particular en cómo "el miedo a la matemática" va tensando la posibilidad de lxs estudiantes para su apropiación y orientando estas mediaciones docentes analizadas. Finalmente comparte algunos desafíos teórico-metodológicos afrontados en las posiciones del investigador en el trabajo de campo y en procesos analíticos. Particularmente el autor nos ofrece y anticipa la complejidad del acceso a mediaciones docentes realizadas en prácticas de tutoría, y vigilancias necesarias en el análisis en virtud de los recorridos previos del tesista en el programa objeto de estudio.

Segunda parte: Formación docente y materiales de enseñanza matemática

La segunda parte de este libro reúne los capítulos que tratan cuestiones vinculadas a la formación docente y al análisis de materiales de enseñanza. Los capítulos de Dilma Fregona y Lorena Vignolo analizan recursos destinados a docentes y a estudiantes de primaria, en las que se presentan propuestas de estudio de distintos saberes aritméticos. Luego, en los capítulos de María Laura Imvinkelried, Ana Cocilova y Rafael Cornejo Endara, se tratan distintos aspectos de diferentes escenarios de formación de maestrxs. En cada uno de estos cinco capítulos, cobra relevancia el análisis de distintos aspectos de la actividad matemática que materializa cada propuesta de enseñanza.

Dilma Fregona inaugura esta parte del libro, mediante un texto que materializa una articulación entre dos líneas de investigación y problematiza el estudio del sistema de numeración decimal y su vinculación con las operaciones en el conjunto de los números naturales. En la primera parte del texto, presenta imágenes extraídas de manuales destinados a la enseñanza, que provienen de una línea de estudio conformada junto a formadorxs de maestrxs, en la que se aborda el estudio de los "números grandes" a fines de la escuela primaria e inicios de la secundaria. A partir de estas imágenes, analiza las tareas y el discurso justificativo propuestos y plantea una serie de interrogantes que van configurando una problemática de enseñanza: ¿cuál es la gestión que puede llevar a cabo el docente

para darle mayor sustancia al estudio del sistema de numeración decimal? Posteriormente, recupera documentos provenientes de otra línea de estudio, desarrollada en sucesivos proyectos de investigación del equipo, sobre materiales de enseñanza provenientes del Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas Guy Brousseau. De este modo, reconstruye trayectorias de estudio basadas en la articulación de diferentes designaciones de las cantidades, lo que posibilita cierto contraste con las propuestas expresadas en los manuales escolares y abre a nuevas posibilidades que requieren de mayor exploración. Como una alerta sobre las condiciones necesarias para avanzar en una mejora de la enseñanza, cierra el texto reflexionando sobre el peligro de orientaciones políticas actuales sobre la educación y la investigación.

También vinculado al estudio de condiciones para la mejora de la enseñanza, *Lorena Vignolo* presenta hallazgos vinculados a la investigación de políticas públicas desarrolladas con este fin. En este texto presenta algunas ideas que muestran el camino teórico-metodológico emprendido para el estudio del "Plan Matemática Para Todos" en el marco de su trabajo final de Licenciatura en Ciencias de la Educación (FFyH-UNC) dirigido por María Fernanda Delprato y codirigido por José Nicolás Gerez Cuevas. Este trabajo buscó identificar decisiones políticas y didácticas que sustentaron la conformación de este programa nacional y jurisdiccional de enseñanza y acompañamiento para el segundo ciclo de la escuela primaria, implementado entre 2011 y 2015. En este marco, comparte una descripción de su análisis de los materiales de enseñanza que se entregaban a lxs docentes en el marco de esta política educativa.

En su capítulo, *María Laura Imvinkelried* presenta la primera parte del proceso investigativo sobre procesos de formación docente continua que desarrolla como parte de su proyecto de tesis en el Doctorado en Educación en Ciencias Básicas y Tecnología (FAMAF-FCEFyN-FCQ, UNC) dirigido por Nicolás Gerez Cuevas y codirigido por David Block Sevilla. Este proyecto se centra en una experiencia colaborativa junto a maestras de escuela primaria en torno a la enseñanza de los números racionales. En este marco se busca adaptar e implementar situaciones didácticas y analizar clases como un medio privilegiado de formación de maestros y de producción de conocimientos didácticos. Enmarcado en su recorrido previo como formadora de maestrxs y como investigadora en el marco de una maestría, presenta los fundamentos de proyecto y las primeras deci-

siones teórico-metodológicas tomadas. Luego, comparte una descripción de las primeras elaboraciones en el trabajo de campo: algunas miradas de las maestras sobre la enseñanza relevadas en entrevistas semiestructuradas; el diseño y la implementación de un Taller de Iniciación junto a docentes; la aproximación al trabajo de las maestras en encuentros grupales; decisiones de diseño de una secuencia didáctica y documentación de su implementación junto a las maestras.

Los últimos dos capítulos del libro refieren a la formación inicial de profesores de nivel inicial y de nivel primario. En ambos casos, se centran en experiencias de enseñanza de la geometría que integran el uso de tecnologías digitales y se enmarcan en trabajos de tesis en la Maestría en Procesos Educativos Mediados por Tecnología, del Centro de Estudios Avanzados (FCS-UNC). En primer lugar, Ana Inés Cocilova presenta las características centrales de su proyecto de tesis orientado a describir y analizar dialécticas de validación en la resolución de tareas geométricas, en el marco de un proceso de estudio que integra el uso de software de geometría dinámica GeoGebra. Este proyecto tiene un alcance descriptivo de escenarios áulicos reales. En este capítulo, presenta el análisis realizado sobre dos clases en las que se trabajó en torno a una tarea de construcción geométrica. En particular, describe "un cierto uso del GeoGebra", a partir de la realización de una tarea mediante la articulación de dos momentos: la tarea inicialmente se planteó para ser resuelta en un entorno de trabajo con lápiz y papel y, a partir de ciertos emergentes de la clase, fue retomada posteriormente en el entorno de trabajo del software.

Por su lado, Rafael Adrián Cornejo Endara presenta avances de su proyecto de tesis que apunta a indagar sobre los efectos de la incorporación del software GeoGebra en el medio didáctico en situaciones de comunicación cuyo objetivo es el estudio de propiedades de figuras geométricas. En el texto comunica el diseño de una propuesta de trabajo que consta de generar mensajes para la reproducción de dos rosetones presentados en el entorno del software GeoGebra. Presenta, además, una argumentación de porqué se seleccionó la actividad, cómo fue implementada, una descripción de la sistematización de los datos recolectados en campo y, finalmente, unos primeros análisis de los datos.

I. Enseñanza de la Matemática y educación de adultos

Itinerarios y miradas en torno a la enseñanza matemática en la EDJA

María Fernanda Delprato*

"... caminante no hay camino sino estelas en la mar". Antonio Machado, Proverbios y cantares -XXIX, fragmento-

> "Escribo la historia de una carencia, no la carencia de una historia." Andrés Rivera, La revolución es un sueño eterno

Mapa del capítulo

🔽 n este texto pretendo reseñar itinerarios de procesos de investigación Ly de formación (propia y de tesistas dirigidxs) imbricados en torno a una temática de estudio sostenida: condiciones didácticas de la enseñanza matemática en la educación de adultos. Este recorrido que transité y rememoro fue surcado en el marco de discusiones y voces colectivas de los proyectos1.

La trama elegida de este capítulo entonces es narrativa y se basa en una estrategia analítica de reconstrucción de itinerarios. Como señalara en otras producciones (Delprato, 2020) adhiero a la distinción realizada

¹ Proyectos sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en aulas comunes desde el 2007, los más recientes son: "Desarrollo profesional de docentes o futuros docentes en matemática: indagaciones, perspectivas y desafíos en diferentes escenarios" (FONCyT-PICT-2011-0857 y SECyT-UNC 162/12); "Estudiar y documentar prácticas de enseñanza y usos de la matemática para la formación de docentes" (SECyT-UNC); "Estudiar prácticas de enseñanza y usos de la matemática destinados al trabajo docente" (SECyT-UNC, Aval Académico 202/16, Subsidio 313/16); "Estudiar prácticas educativas y materiales de enseñanza de la matemática" (SECyT-UNC, 472/18, prórroga finalización Res. HCS 97/21). Estos dos últimos proyectos estuvieron bajo mi dirección y se inscribieron en el Área Educación del Centro de Investigaciones de la FFyH.

^{*} CIFFyH, FFyH, UNC / maria.fernanda.delprato@unc.edu.ar

por de Certeau (2000) entre itinerarios y mapas, entendidos –respectivamente- como una "serie discursiva de operaciones" y "un asentamiento totalizador de observaciones", como un "hacer" y un "ver", como un "organizador del movimiento" y un "conocimiento de un orden de los lugares". Asimismo, retomo su advertencia de que los mapas rechazan "...las operaciones de las que es el efecto o la posibilidad [...] Los descriptores de recorrido han desaparecido" (pp.133-134). Por ello es que buscaré describir las operaciones efectuadas en este espacio de estudio como memoria (y análisis) de los desplazamientos conceptuales efectuados en el tiempo que reconstruyo.

Virajes iniciales del recorrido: carácter social de los conocimientos matemáticos

Desde mi formación como maestra y pedagoga me acerqué al estudio de condiciones didácticas de la enseñanza matemática en la educación de adultos desde la preocupación por el fracaso escolar en mi trabajo como docente de sectores populares. Esta experiencia docente inauguró preguntas que luego se fueron nutriendo en una trayectoria en la que trabajé con jóvenes en propuestas de formación laboral, hasta que convertí ese devenir del quehacer docente en un objeto sistemático de estudio en mi tesis de maestría en México (Delprato, 2002). Allí incursioné en el diseño y estudio de alternativas de enseñanza que dialogaran con estrategias de lectura y escritura de mujeres en espacios de alfabetización y en sus espacios laborales. Trabajé/ amos con dos mujeres (Olga y Sofía) que contactamos en un Centro de Alfabetización del Instituto Nacional para la Educación de Adultos de México (INEA) y con otra mujer (Carmen) que tenía un puesto de dulces que tenía vínculos con una cooperativa textil de mujeres, espacio en el que había manifestado su interés de mejorar sus conocimientos matemáticos. Fuimos reconociendo que estas mujeres se incorporaron a esta experiencia con diferentes intereses por vincularse con la aritmética y también con diversas, concepciones y posicionamientos frente a estos saberes.

A partir de este estudio en algunas producciones derivadas emergieron algunas discusiones sobre: modos de caracterización de sus conocimientos matemáticos vinculadas al cálculo matemático (Fuenlabrada y Delprato, 2005); reconstruimos la estrategia de enseñanza diseñada para el trabajo con esa heterogeneidad de conocimientos y posicionamientos (Delprato y Fuenla-

brada, 2003); el vínculo entre saberes matemáticos escolares y conocimientos matemáticos cotidianos (Delprato, 2005).

En relación a los modos de caracterización de sus conocimientos matemáticos, reconstruimos algunas estrategias de cálculo matemático, pero también las relaciones otorgadas a esas estrategias por las propias mujeres (Fuenlabrada y Delprato, 2005) Cuando realizamos nuestra indagación con las tres mujeres fuimos avanzando en la caracterización de la heterogeneidad de los procedimientos empleados, pero además fuimos reconociendo que ellas les daban distinto estatuto y valor a sus estrategias y disponían de representaciones sobre el saber matemático en tanto sistema de representación de uso social.

Carmen tenía 46 años en el momento de la indagación, era originaria del Estado de México (México) y había cursado dos años de primaria y, cuando la contactamos, atendía un puesto callejero de dulces. Al inicio de la experiencia disponía de un cálculo mental eficiente y eficaz² en un rango numérico no mayor de 200, en el cual empleaba el registro de los datos de los problemas aditivos únicamente como recurso de apoyo. Dada esta eficacia advertida caracterizamos a esta estrategia de Carmen como un cuasi algoritmo, es decir, como un procedimiento de resolución sistemático. Esta estrategia consistía en hacer uso de una estrategia no convencional: buscar el complemento aditivo por aproximaciones sucesivas, calculando en sentido de menor a mayor, controlando mentalmente lo que va sumando y procediendo sistemáticamente.

^{2 &}quot;...eficiencia, es decir, número de tanteos necesarios para lograr resultados correctos; [...] eficacia, entendida como la capacidad de obtener resultados correctos" (Ávila, 1990, p. 60).

```
"C- (silencio) Eh ... ¿Cuarenta y cinco (es correcto)?

E- A ver, ¿cómo hiciste?

C- Sumé.

E- Sí, yo escuchaba que en voz bajita decías sesenta y cinco.

C- Setenta, ochenta, noventa, cien, ciento diez. ¿Sí?"

(2a E.9)

Reconstrucción del algoritmo mental: Resolución convencional: 110-65

(sólo escribe uno de los datos: 65)

45

argumentación:

(70+10) = 80

(80+10) = 90

(90+10) = 100

(100+10) = 110

(100+10) = 110
```

Tabla 1. Título: Resolución de Carmen. Fuente: Delprato, 2002, p. 132.

Esta fortaleza del cálculo de Carmen promovía que valorizara este recurso disponible al punto de mostrarse como la estrategia predilecta de resolución en desmedro del cálculo escrito. Cabe señalar que Carmen conocía el cálculo escrito (suma y resta), así como su lógica subyacente, pero de modo implícito. También era capaz de identificar la operación (de suma o resta) que permite resolver cierto tipo de problemas aditivos.

Olga procedía del Estado de Guerrero (México), tenía 25 años en el momento de la indagación, no había tenido acceso a la escolaridad, pero disponía de una fuerte expectativa de acceso a lo educativo. Su migración al Distrito Federal en busca de trabajo (era empleada doméstica) había promovido esa expectativa, por ello la contacté en un centro de alfabetización del INEA. Olga, inicialmente, sólo interpretaba y producía números con soltura hasta el 20; no era consistente en la aplicación de criterios ni en la interpretación ni en la producción de números mayores; no acudía a ningún tipo de registro como apoyo en la resolución de problemas y su recurso de solución era un cálculo mental signado por varios intentos y pocas probabilidades de éxito.

Sofia provenía del estado de Hidalgo (México), tenía 28 años en el momento de esta investigación, no había ido a la escuela, pero estaba cur-

sando en ese momento la primaria en el INEA, y trabaja como empleada doméstica. Al inicio de la experiencia, resolvía los problemas propuestos mediante un cálculo escrito erróneo, apoyándose en el registro de los datos numéricos y algún dato de su contexto

(luego de que resuelve la operación en Su anotación es: silencio la entrevistadora le pide que la argumente) "S- Me salió cuatrocientos tres. (es incorrecto) E-; Cuatrocientos tres? A ver cómo le hiciste. S- Sí porque son trece (resultado de sumar las unidades 5+8). Son 10 (suma las decenas), llevamos una (se refiere al 1 que escribió en la columna de las decenas). Y dos, más los dos (señala los 1 "que se llevaba"), cuatro." (2a E.33)

Tabla 2. Título: Resolución de Sofía. Fuente: Delprato, 2002, p. 132

Un hallazgo de la tesis fue advertir que este tipo de caracterización más compleja permitiría anticipar probables interacciones de lxs jóvenes y adultxs con los procedimientos convencionales que la escuela enseña. Así fue necesario en el diseño de esta secuencia y su diversificación, considerar la confianza en el cálculo mental y resistencias a la simbolización de Carmen; la disposición favorable de Olga hacia el aprendizaje de estrategias escritas de cálculo debido a cómo los limitados alcances de su cálculo mental y su búsqueda de mayores niveles de eficacia y eficiencia en la resolución; o la sobrevaloración de mecanismos simbólicos de control del cálculo que manifestaba Sofía, a pesar de disponer de procedimientos erróneos. Posteriormente

Claudia Broitman en su tesis de doctorado (Broitman, 2012), retomando la perspectiva de Charlot (Broitman y Charlot, 2014), nominaría estos posicionamientos que caracterizamos e intuíamos como modos de relación con el saber, en este caso saber matemático escolar.

En esta tesis iniciamos a su vez el diseño de estrategias de enseñanza para el trabajo con la heterogeneidad de conocimientos de lxs sujetos de la EDJA (Delprato y Fuenlabrada, 2003). En la estrategia diseñada fuimos a la vez recuperando y problematizando-extendiendo los conocimientos previos (nociones matemáticas y sus usos sociales) de estas mujeres diseñando acciones didácticas específicas³. Esta diversificación del trabajo buscaba responder a los posicionamientos particulares de cada mujer sobre lo simbólico y sus maneras de asumir lo que saben y lo que suponen que les falta por aprender sobre las temáticas tratadas en la experiencia de enseñanza.

3 En el diseño de la secuencia se plantearon distintas expectativas para cada una de las mujeres, en función de lo detectado en las entrevistas. Así, el propósito central con Carmen era el acceso a la operación en el plano simbólico, sin desestimar ni invalidar el uso del cálculo mental, sino planteando los límites de su eficacia frente a una mayor complejidad operatoria. Este propósito se asentaba en la sobrevaloración que adjudicaba Carmen al uso del cálculo mental y en su éxito relativo como recurso, pues le resultaba provechoso para operar sobre cierto tipo de números. También se buscaba extender las estructuras aditivas reconocidas por Carmen y los contextos de uso de la operatoria (no sólo el ámbito comercial).

Con Sofía la meta era la ruptura de sus algoritmos (de suma y resta) personales erróneos (reagrupaba o desagrupaba siempre de las centenas), a los que se adicionaba una sobrevaloración de lo simbólico. Por ende, fue necesario romper su resistencia a evocar las mencionadas leyes del sistema funcionalizadas con el sistema monetario.

Finalmente, con Olga se pretendía la ampliación del rango numérico dominado (desde su familiarización con bidígitos hasta el 20 a su extensión a tridígitos), el conocimiento de las leyes del sistema mediante la evocación del referente y el uso de dichas leyes en la operatoria. Es decir que se procuraba revertir su ausencia de registro para la resolución, tanto de las cantidades involucradas como de la operación, que restaba eficiencia y eficacia a sus cálculos espontáneos.

En estas expectativas puede advertirse que con Sofía como con Olga era fundamental la ruptura o el acceso a la operatoria, para reajustar o instalar el cálculo escrito, lo cual (junto con la ampliación del rango numérico) por lo cual este propósito se priorizó por sobre la extensión de las estructuras aditivas.



Así diseñamos una propuesta diversificada, aunque con principios didácticos generales comunes.

Esta exploración cimentó una de las situaciones de enseñanza exploradas en mi tesis de doctorado (Delprato, 2014) en las que retomamos las distintas actividades propuestas en sesiones con cada una de las mujeres en momentos, incluso en algunos casos espacios distintos. En la tesis de doctorado el escenario de trabajo era distinto: discutimos, construimos y acordábamos decisiones de enseñanza junto a maestras de adultos en un espacio educativo⁴ de Educación Permanente de Jóvenes y Adultos (EPJA) en Córdoba (Argentina). Eso supuso el desafío colectivo de cómo pensar esas diversas sesiones o recorridos explorados en mi tesis de maestría e implementados en el marco de tutorías individuales, para ser implementados en un aula común en la que todas las estudiantes estaban juntas, debíamos imaginarnos esta propuesta en el marco de un trabajo simultáneo.

⁴ El trabajo de campo se desarrolló en el espacio físico de un CENPA (Centro de Nivel Primario de Adultos), al cual accedimos por el contacto realizado con una de sus dos docentes en espacios de formación, en el que habíamos detectado que esta persona estaba preocupada y problematizada sobre la enseñanza matemática en la modalidad de EDJA.

Los Centros Educativos de Nivel Primario de Adultos (CENPAs) forman parte junto a otras instituciones, como las Escuelas Nocturnas, de la oferta provincial primaria de EPJA caracterizada por su "heterogeneidad organizacional". Estos Centros son "de origen nacional surgen en el año 1965 durante el gobierno del Dr. Illia como Campaña de Alfabetización, se provincializan en el año 1980 durante la dictadura militar en el primer momento de transferencia por parte de la Nación de los servicios educativos a las provincias. Mantiene una organización con un solo maestro para hacerse cargo de todos los ciclos, y las distintas tareas administrativas, docentes y de limpieza, en general desarrollan sus prácticas en horario nocturno pero en diversos casos pueden funcionar también en otros horarios, atendiendo a las demandas de los alumnos. Son de modalidad presencial, de lunes a viernes" (Lorenzatti, 2005, p.27). Otro rasgo organizacional de los CENPAs es la oscilación de su dependencia administrativa provincial (1987 a 1995, dependían de la Dirección de Educación del Adulto -DEA; 1995 a 1999, al ser cerrada la DEA, pasan a depender de la Dirección de Nivel Inicial y Primario provincial; 1999 al 2008, pasan a depender de la recién creada Dirección de Regímenes Especiales -DRE- que luego es transformada en Sub-dirección dependiente de la Dirección de Enseñanza Media y Superior -DEMES-;desde 2008 a la actualidad, dependen nuevamente de una Dirección propia de la modalidad, la Dirección General de Educación de Jóvenes y Adultos).

Pero, además, quienes implementaban las decisiones acordadas eran las docentes, lo que supuso la discusión y generación de condiciones de dicho proceso de "gestión docente" en aula para alojar esas decisiones (Delprato y Aguilar, 2016).



Imagen 1. Título: Las manos en el taller. Fuente: Elaboración propia (trabajo de campo tesis de doctorado Delprato, 2014)

Posteriormente volveré sobre este asunto en el marco de la reflexión sobre modos de asumir los procesos formativos de docentes para el trabajo de enseñanza en la EPJA (véase apartado "Derivas del andar...").

En relación al *vínculo entre saberes matemáticos escolares y conocimientos matemáticos cotidianos*, en el marco de la revisión de antecedentes de la tesis, discutimos algunos usos de los saberes previos de analfabetos en propuestas de educación de adultos. Fuimos advirtiendo particularidades

e implicancias de recuperar los saberes previos de los adultos con diversos alcances. Reconocimos que en muchas propuestas prevalecen usos como una mera estrategia de «familiarización» de las nociones que se quieren enseñar. También recuperamos otros antecedentes que, en la búsqueda de reconocer la existencia de procedimientos de resolución propios de lxs adultxs, los caracterizan como procedimientos orales con una lógica propia que requieren ser dotados de modos adaptados de registro y proponen otros algoritmos a promover en la enseñanza pero que cuando presentan los algoritmos convencionales no dejan de poner a lxs adultxs como meros reproductores de esos otros modos de calcular. Propusimos la necesidad de pensar a estos saberes como saberes diversos en función de trayectorias educativas y laborales que demandan una reconstrucción como ya mencioné anteriormente (para profundizar estas discusiones véase Delprato, 2005).

En este primer recodo del camino emergieron cuestiones construidas que se sostendrían como focos de indagaciones posteriores en los proyectos ya aludidos: la heterogeneidad de los conocimientos matemáticos de lxs sujetos de los espacios educativos de jóvenes y adultxs; la especificidad de las condiciones de enseñanza matemática para esta población y, por ende, del saber didáctico requerido para ello. Estas cuestiones, como veremos, fueron estelas que devinieron en estrellas que orientaron rumbos de indagaciones en los proyectos de investigación mencionados.

Cuentas y (del) poder

Ya en Coeneo subo a una combi que me lleva a Zipiajo. Ahí ando sintiendo la extranjería, pues todos, todos, hablan en purépecha y sólo logro reconocer expresiones reiteradas (imagino que son saludos). Me bajo en "la puerta de la artesana" y ya me siento en territorio más familiar, pues todos me conocen.

Esta última vez fui a despedirme y, en honor a la problemática que estudio (el "analfabetismo"), fui a ayudar con el "llenado" de unos papeles. Cuando vi los papeles que les pedía un organismo que trabaja con población aborigen... pues me pareció inverosímil. Todo guardado en una carpetita, como aquello que se desconoce pero que se reconoce su valor. Mientras cargaban ollas y comales (se usan para cocinar las tortillas) que partían rumbo a Morelia y me narraban cómo están trabajando la milpa (el sembradío del maíz), empecé a descifrar qué teníamos que hacer con los papeles. Todo dependía de MI interpretación. Les expliqué un poco a dónde mirar, pero la mirada estaba puesta en mí. Ahí sentí nuevamente cómo nuestro mundo se construye ignorando (y así remarcando) la desigualdad.

"Pátzcuaro-Quiroga-Comanja-Coeneo-Zipiajo (y viceversa)" Nota de campo, junio 2006

Posteriormente fui invitada a integrarme a CREFAL⁵ como investigadora y allí trabajé nuevamente con mujeres (purhépechas) de pueblos cercanos a Pátzcuaro (estado de Michoacán de México) que estaban organizadas para comercializar sus producciones en ferias.



Imagen 2. Título: De feria en Pátzcuaro (1). Fuente: Elaboración propia (trabajo de campo proyecto CREFAL. Delprato, 2005-2006)

⁵ El proyecto de investigación "Conocimientos aritméticos cotidianos y prácticas sociales y productivas", se realizó bajo mi responsabilidad y la de Irma Fuenlabrada del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados- Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN), México. El trabajo de campo (2005-2006) se realizó durante mi estancia académica en el Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe (CREFAL).





Imagen 3. Título: De feria en Pátzcuaro (2). Fuente: Elaboración propia (trabajo de campo proyecto CREFAL. Delprato, 2005-2006)

Esta organización comercializaba lo producido por las propias integrantes, principalmente piezas de alfarería (ollas y comales) que son utilizadas para cocinar guisados, tortillas, quesadillas, entre otras comidas.



Imagen 4. Título: De feria en Pátzcuaro: ollas y comales. Fuente: Elaboración propia (trabajo de campo proyecto CREFAL. Delprato, 2005-2006)



Imagen 5. Título: De feria en Pátzcuaro: ollas de diversos tamaños.
Fuente: Elanoración propia (trabajo de campo proyecto CREFAL.
Delprato, 2005-2006)

En este estudio (Delprato y Fuenlabrada, 2012; Fuenlabrada y Delprato, 2022) trabajamos con el relato de los recorridos transitados desde una posición: la de líder de una organización artesanal indígena. La reconstrucción del relato recupera esta peculiar perspectiva: la del líder que intermedia entre "el afuera" y "el adentro" de la organización, y así vislumbra el saber ajeno que regula los intercambios. Esta mujer artesana se había constituido como líder desde una trayectoria vital y al interior de una organización ceñida por la discriminación vinculada al origen indígena. Las líderes fueron contactadas en sus comunidades de origen en el estado de Michoacán (México) y la provincia de Jujuy (Argentina) y seleccionadas como informantes idóneas para los propósitos del proyecto; ambas eran mujeres y formaban parte de organizaciones productivas autogestionadas vinculadas a la producción artesanal (textil y/o alfarera). La problemática que nos interesó indagar es ¿qué tipo de problemas de numeración y de cálculo plantea a estas organizaciones su inserción social y productiva?, partiendo del supuesto de que en la conformación de una organización productiva que trasciende el ámbito familiar se desencadenan procesos que instauran la necesidad de nuevas herramientas matemáticas. Sin embargo, estos procesos se entretejen con prácticas comunitarias y saberes culturales, por ende otra pregunta de investigación fue: ¿cuáles son las preocupaciones sociales que respaldan las estrategias de resolución de problemas aritméticos?

Algunos hallazgos derivados de esta estancia de investigación tienen como foco el carácter social de los conocimientos matemáticos evidenciado su inscripción en la trama jerárquica de las organizaciones y su vínculo con sentidos otorgados a esos conocimientos por preocupaciones/apuestas/historias de las organizaciones en las que participan lxs sujetxs. Acompañando a las artesanas que comercializaban las piezas de la organización en ferias fuera de la comunidad como la de Pátzcuaro (Michoacán, México), fuimos reconociendo estrategias reiteradas y consistentes que buscaban no sólo resolver la situación matematizable que afrontaban en la feria, sino las que deberían afrontar al regreso a la comunidad. Esta organización había surgido como alternativa a otras vías de comercialización de la producción en que habían experimentado abusos de intermediarios. Pudimos así advertir criterios sociales subyacentes en estas estrategias que operaban sobre dos espacios sociales diferentes: las relaciones internas de la organización y su vínculo con "los otros". En estos dos espacios diferentes las relaciones están atravesadas por preocupaciones también diversas: en el interno, en torno al poder (en palabras de las artesanas: el poder bonito); y en el vínculo con "los otros", respecto de la defensa (lo que hemos denominado: enfrentar el afuera) de la organización.

Las artesanas reconocían el poder desigual entre autoridades de la organización y las otras artesanas, es decir, entre aquellas mujeres que salen de la comunidad y las productoras que no pueden hacerlo. Asimismo tenían conciencia de la desigualdad entre los conocimientos propios y los ajenos, los "del afuera". Así advertimos que por ejemplo en relación a las ganancias de las ventas habían generado mecanismos de distribución que buscaban reparar el privilegio del poderoso (quien vende en "el afuera", o quien obtiene un premio en algún concurso de la feria), compensando las diferentes ganancias obtenidas ("para que no haiga jaloneo, para que somos parejos").

Pero a su vez, reconocimos que había un conjunto de estrategias (como la fijación de precios y márgenes del regateo) que procuraban defender del poder del extraño, de "la gente que no es de la raza", procurando resguardar el valor de la producción en situaciones de venta mediadas por el regateo.

Estos episodios del trabajo de campo nos fueron acercando a discusiones de la matemática como práctica social que demandaban reconocer y reconstruir las dimensiones sociales, de poder, de creencias, de valores, implicadas en las actividades matemáticas (Baker, 2022; Baker et al., 2003).

Asimismo, fuimos advirtiendo cómo en el acceso a saberes matemáticos se producen articulaciones entre saberes y demandas del contexto local y no local. En particular reconocimos ese interjuego en relación a algunos usos de la numeración en el marco de dinámicas que inaugura la producción colectiva como contexto específico dispar, en relación con la producción individual o familiar precedente:

Así, se podría dar cuenta del interjuego entre el contexto local de la práctica de la organización y otros contextos no locales que atraviesan las prácticas de la organización privilegiando ciertas estrategias de resolución de tareas matematizables de la producción por su autoridad y poder en el espacio productivo (por ejemplo, las adopciones/ imposiciones de modos de rendición de cuentas de organismos crediticios, de modos de delimitación de la tierra de organismos que regulan los títulos de propiedad). Estas ampliaciones de sentido podrían ya dar cuenta de que los modos de resolución de las tareas enfrentadas por la organización no están meramente regulados por condiciones de la tarea sino también por pugnas sociales sobre "la verdad" matemática que se da entre los diversos ámbitos de inscripción de esas prácticas sociales (el burocrático, el familiar, el local, el escolar) que no son meramente diversos sino también desiguales en sus posibilidades de incidencia sobre "lo legítimo" (Delprato, 2008, p. 11).

En esa indagación fuimos generando una trama teórico-analítica para reconstruir estos conocimientos matemáticos construidos en el seno de la organización para incidir en propuestas de enseñanza de la matemática a adultos que dialoguen con sus saberes (Delprato y Fuenlabrada, 2012; Fuenlabrada y Delprato, 2022). En dicho proceso hemos recurrido a las nociones de

disponibilidad y acceso⁶ como vías analíticas de superación de miradas inmediatistas del análisis de las interacciones en términos de relaciones de poder y para reconstruir las interacciones entre contextos locales y otros contextos de uso y constitutivos de prácticas de numeración escrita socialmente consideradas valiosas. Nos fuimos deteniendo en reconstruir eventos de numeracidad inscriptos en prácticas que exceden el mero comportamiento observable, reconstruimos primero actividades productivas rutinarias, estrategias y conocimientos matemáticos desarrollados para su resolución⁷, y sentidos de la organización que sostienen esas estrategias comunitarias. Estos sentidos, como anticipé, estaban vinculados a la pretensión de incidir en cuestiones vinculadas a desigualdades de poder

7 En la primera identificación de este conjunto de actividades rutinarias y secuenciadas, procuramos reconstruir los procedimientos desarrollados por los individuos responsables de su resolución o los acordados comunitariamente. Luego de esta descripción inicial, recuperamos las reiteraciones presentes entre modalidades asumidas por los diversos procedimientos; por ejemplo: rango numérico empleado para la fijación de precios y para los descuentos; descuentos aplicados a cada pieza y no al total, y distribución inmediata de ventas entre las vendedoras del puesto. A partir de estas recurrencias pudimos ir develando estrategias consolidadas que atravesaban procedimientos empleados para resolver diferentes tareas; en el caso analizado, la producción de la complejidad del cálculo mediante el uso del número 5 como referente del cálculo, y mediante la individualización de descuentos y de ganancias que evita la posterior distribución.

⁶ Se utilizan los términos disponibilidad y acceso para distinguir la diseminación de los materiales de la lengua escrita de los procesos sociales subvacentes a su distribución y uso. Disponibilidad denota la presencia física de los materiales impresos y la infraestructura para su distribución (biblioteca, puntos de venta de libros, revistas, diarios, servicios de correo, etcétera), mientras que acceso se refiere a las oportunidades para participar en eventos de lengua escrita, situaciones en las cuales el sujeto se posiciona vis-a-vis con otros lectores y escritores, así como a las oportunidades y las modalidades para aprender a leer y escribir (Kalman, 1996). "Acceso es una categoría analítica que permite identificar cómo en la interacción entre participantes, en los eventos comunicativos, se despliegan conocimientos, prácticas lectoras y escritoras, conceptualizaciones y usos; abarca dos aspectos fundamentales, las vías de acceso (las relaciones con otros lectores y escritores, con los textos, con el conocimiento de la cultura escrita y los propósitos y consecuencias de su uso) y las modalidades de apropiación (los aspectos específicos de las prácticas de lengua escrita, sus contenidos, formas, convenciones; sus procesos de significación y procedimientos de uso)" (Kalman, 2004, p. 26)

advertidas en el interjuego entre el adentro y el afuera de la organización de comercialización de la producción artesanal.

En este giro en el camino, al salirme de la escuela para pensar dinámicas de apropiación de conocimiento matemático en el seno de "pensar lo(s) colectivo(s) y lo(s) productivo" vamos generando modos de análisis que cimientan propuestas de enseñanza específicas para lxs sujetxs de la EPJA. El modo de análisis propuesto avanza en no sólo identificar contextos de enseñanza (actividades reconstruidas) sino también preocupaciones sociales que pueden constituirse en disparadores de situaciones de búsqueda que den sentido al aprendizaje de nuevas nociones matemáticas. También fue crucial develar que estas dinámicas no afectan de modo equivalente a quienes ocupan distintas posiciones al interior de la organización.

En esta línea de producción en torno a los conocimientos matemáticos de adultxs vinculados a sus inserciones productivas, a través de la dirección de tesis de posgrado en el seno del proyecto, hemos avanzado en el estudio de conocimientos matemáticos de una organización familiar de albañiles (Giménez, 2022 y 2016) y otra de carpinteros (Delprato y Lamarque, 2023).

Aníbal Darío Giménez (Giménez, 2022 y 2016) trabajó en torno a cómo deciden los albañiles cuestiones que implican conocimientos matemáticos para un observador matemático. Esta indagación se desarrolló en una obra "pequeña" en una localidad serrana de la provincia de Córdoba (Argentina), a cargo de una empresa familiar. Pedro era el capataz y oficial de la obra y Franco, el encargado de la misma; son padre e hijo respectivamente. Al ser una obra de esa envergadura, no hay un seguimiento de un arquitecto o ingeniero lo que genera que los albañiles tomen decisiones para la ejecución de las tareas con mayor independencia en relación a otros espacios de construcción. En ese estudio reconstruimos las trayectorias de ambos para reconstruir sus trayectorias formativas en el oficio, caracterizamos las "demandas del oficio" en función de las posiciones ocupadas y reconstruimos la ejecución de dos tareas seleccionadas: colocar pisos cerámicos y levantar paredes de ladrillo visto.



Tabla 3. Título: Tareas de albañilería: colocar pisos y levantar paredes. Fuente: Figuras 3 y 17, Giménez, 2022, p. 53 y 73

Entre las demandas de Franco como encargado reconocimos el "tener mucha gente" y "preparar a alguien". En ambas demandas reconstruimos tareas en las que hubiera saberes matemáticos en juego como en las vinculadas a negociar con los arquitectos y/o ingenieros los presupuestos, ejecutar la obra en los tiempos y consideraciones previstas por quienes los contrataron. Esto último demanda el manejo de recursos de la obra, es decir prever (calculando cantidades de metros cuadrados de cerámicos o de cantidad de ladrillos) y gestionar materiales y herramientas para que el personal pueda trabajar y la obra se desarrolle. Estas anticipaciones de materiales no sólo agiliza el desarrollo de la obra, sino también tiene efectos en la calidad de lo construido porque prever el total de cerámicos y de ladrillos, por ejemplo, permite que estos materiales tengan tonalidades y tamaños similares. A su vez, Giménez (2022, p. 95) advierte que:

Los trabajadores de mayor jerarquía tienen la responsabilidad sobre los controles y ajustes previos más complejos, tales como las subtareas que implican mediciones precisas. El proceso de avance de la obra tiene una fuerte característica de irreversibilidad, esto es que si se realiza mal una subtarea, eventualmente existe la posibilidad de remediar esos resultados. La corrección de un error -sea remediarlo o disimularlo- tiene directa incidencia en los tiempos de ejecución de las tareas y por tanto en la eficacia y la economía del grupo de trabajadores (Eberhard, 2000). Los controles y ajustes sirven para anticipar y corregir la ejecución de las subtareas y proteger a los trabajadores.

Estas son exigencias propias del desempeño en una posición, la de encargado de la obra, que son diferentes de las demandadas a quienes ejecutan las órdenes de trabajo provistas por el encargado y el oficial. Este carácter asimétrico de las tareas matematizables afrontadas por los integrantes de una organización productiva en función de la posición ocupada y la disparidad de conocimientos matemáticos apropiados para el desempeño de estas tareas, se fue consolidando como un modo de caracterización de un "hilo" de esta trama social de los conocimientos matemáticos.

La materialidad del trabajo

Otro "hilo" de esta trama social de los conocimientos matemáticos que habíamos advertido en la tesis de Darío Giménez refiere a las condiciones materiales en las que se inscribe la resolución de las tareas matematizables de albañilería:

La disponibilidad de herramientas y sus características marcan en parte el carácter local de las técnicas empleadas, ya que actualmente están atravesadas por el avance tecnológico de muchas herramientas y materiales que facilitan su realización. Algunas herramientas han ganado precisión y garantizan eficacia en la ejecución de las técnicas, como por ejemplo las reglas de metal por sobre las de madera, niveles de burbuja más precisos, cortadoras de cerámicos; o bien materiales como el cemento de albañilería. Otras herramientas han permitido disminuir el esfuerzo físico para llevar a cabo ciertas tareas, modificando los tiempos de ejecución y la cantidad de personal necesario para llevar a cabo ciertas tareas, como las amoladoras, o las máquinas para hacer hormigón. (Giménez, 2022, p. 46).

En el Trabajo Final de Especialización (TFI) de María Laura Lamarque (Lamarque, 2024; Delprato y Lamarque, 2023), avanzamos en la reconstrucción de este aspecto material como condicionante de los conocimientos matemáticos apropiados en la resolución cotidiana de tareas matematizables en el ámbito laboral. La indagación consistió en encuentros con un padre y un hijo (José y Martín, respectivamente) dueños de un taller de carpintería.

La documentación del trabajo de campo fue realizada con videos, audios y registros fotográficos de materiales, máquinas, herramientas e instrumentos de medición que los entrevistados poseen y utilizan en el taller. Su temática de estudio refiere a "modos de hacer" de dos carpinteros vinculados con el proceso de medir: qué estrategias conocidas usan al trabajar y cuáles construyen en el taller; cuáles instrumentos de medición, herramientas y máquinas usan y de qué manera lo hacen; qué conocimientos matemáticos ponen en juego y de qué manera.

Como reporta María Laura Lamarque en otro capítulo de este libro, además de analizar y reconstruir una tarea que los carpinteros consideraban compleja (la construcción de una mesa plegable "a medida"), relevamos los artefactos empleados en su resolución: instrumentos de medición (de longitudes, de longitudes y de ángulos) y máquinas (para agujerear, para cortar, para lijar, para clavar o atornillar madera).

Para ello retomamos -además de la descripción de cada instrumento de medición, herramienta y máquina empleada a partir de enunciaciones, expresiones y nominaciones empleadas diariamente por los entrevistados en el taller- los conocimientos matemáticos puestos en juego en sus usos. Esto nos posibilitó detallar los modos de empleo de dichos objetos en este taller de carpinteros. A continuación comparto un ejemplo de forma de sistematización de estos artefactos.

Máquina	Características y usos	Usos en la elaboración de la mesa
Sierra circular de banco	Comprende una regla y una escuadra que permiten medir el ancho de la madera. Tiene una llave interruptora de encendido, apagado y de seguridad. Contiene una sierra de 3mm de espesor y una regulación de la altura y del ángulo de corte de inclinación del disco de sierra (0 a 45°). Además, posee una extensión para cortar maderas largas. También, se utiliza para quitar las imperfecciones de los costados de la madera en bruto y para cortar planchas de madera según el ancho que se desee.	-Emparejar el canteado de la madera al sacarle el espesor de la sierra; -Cortar: las patas según el ancho de las mismas, los soportes de las tablas de la placa de la mesa, el "macho" y "hembra" en maderas que unen las patas y el excedente del ancho de las maderas que forman la tapa de la mesa.





Máquina	Características y usos	Usos en la elaboración de la mesa	
"Ingletadora" (ó Sierra Circular Ingleta- dora Telescópica)	Comprende graduaciones de ángulos, una regulación de la altura y de la inclinación del ángulo de corte del disco de sierra (0 a 45°). Además, posee un sistema telescópico, es decir, un sistema que permite regular el ancho de corte de la madera. En este caso el máximo corte de ancho de la madera es de 33 cm. Asimismo, se emplea para cortar tirantes y palos. Posee unos brazos extensibles para cortar maderas largas y una regulación de altura para sostener maderas con distintos espesores.	-Cortar "a escuadra": las patas, las maderas que se encastran para formar la tapa, el palo de escoba que une las patas y las maderas que son los enganches; -Cortar el complemento del ángulo de cada pata de la mesa que permite obtener el ángulo de inclinación de dicha pata.	







Máquina	Características y usos	Usos en la elaboración de la mesa		
Sierra sin fin	Se emplea para cortar madera de una manera aproximada o "a ojo". El corte lo realizan por fuera de la línea marcada con lápiz en la madera.	-Cortar los encastres de los enganches, es decir, en don- de encaja el palo redondo.		
Máquina	Características y usos	Usos en la elaboración de la mesa		
Caladora	Se usa para precisar o ajustar el corte de la madera realizado con la sierra sin fin.	-Marcar el redondeo de la ranura con una arandela de 4 cm de diámetro. Esto se hace girando la pieza manualmente.		

Tabla 4. Título: Máquinas que se emplean para cortar madera. Fuente: (Lamarque, 2024, pp. 17-19)



Analíticamente sostuvimos esta aproximación en la asunción de estos objetos que se empleaban en la construcción de una mesa plegable a medida como "artefactos", es decir "instrumento como mediador de las interacciones sociales y del conocimiento matemático" (Solares, 2012, p.22). Como señala Lamarque (2024, pp. 12-13):

Estas mediaciones se advierten en el uso del instrumento en la resolución de una tarea, en términos de para qué fue diseñado y cómo se opera con el mismo, así como en los usos que hacen del mismo los sujetos. Es decir que estos usos refieren al papel social que cumple en una tarea y al modo en el que las personas se apropian de los mismos. Todo esto nos puede informar sobre las habilidades y conocimientos matemáticos implicados en su uso.

Diana Solares (2012), retomando aportes de Lave y Wenger, considera que la reconstrucción de los artefactos empleados en una práctica situada en una comunidad dada es un modo de vincularse con la historia de esa práctica y así ser partícipe de su vida cultural. En ese sentido, serían rastros de formas de percibir y manipular objetos característicos de esa comunidad de práctica, pero, a su vez, condicionantes de sus modos de hacer debido a que su forma material es efecto de las prácticas previas en las que ha sido parte, pero también de las actuales en las que es empleado como mediador: "Los artefactos son "una forma de historia en el presente. Su historia, colectivamente recordada, constituye su aspecto ideal". (Solares, 2012, p.22)

En este TFI (Lamarque, 2024) fuimos reconociendo que los artefactos empleados van sosteniendo la comprensión del proceso de medir. Los carpinteros los eligen en función de la precisión buscada y de la magnitud a medir: longitudes (del ancho, largo y espesor de las distintas maderas, de distancias entre dos puntos o marcas, de diámetros de mechas o tornillos, etc.) y de ángulos (de inclinación de las patas o de aquellos que permiten escuadrar la madera). Asimismo advertimos que el uso de estos artefactos, así como los insumos que emplean y ciertas demandas de precisión de las tareas del taller, demandan el uso de ciertos sistemas convencionales de medida de longitudes y de ángulos. El dominio de estos sistemas de medida está condicionado por las unidades de medida que portan los artefactos usados (véase por ejemplo en la tabla 4 la ingletadora y su instrumento

de medición de ángulos) y por las que son empleadas en la compra de los materiales.

A su vez, retomando las reflexiones del trabajo de Giménez (2022) con albañiles, fuimos advirtiendo el papel relevante de los gestos de uso de estos artefactos aprendidos al interior de la comunidad de carpinteros (entre padre e hijo del taller o de otros carpinteros). La activación de esos gestos aprendidos y no los artefactos en sí mismos es lo que promueve resoluciones eficaces de tareas de carpintería:

De este modo, algunas de las maquinarias que usan para cortar disponen de reglas para escuadrar que demandan una cierta manipulación de la madera mientras se corta para su aprovechamiento. No obstante, la presencia en varias de estas máquinas de reglas, escuadras, "transportadores", posibilitan -si son activados correctamente- disponer de medios de control de mediciones realizadas antes del inicio de la ejecución del corte, del cepillado, entre otros. Estos artefactos entonces a la vez promueven realizar prácticas más ajustadas que economizan controles adicionales durante la ejecución, al disponer allí mismo de los instrumentos que los viabilizarían, si son empleados correctamente. (Lamarque, 2024, p. 25)

El análisis de estos gestos "nos permitieron inferir qué conocimientos matemáticos usaron los entrevistados y con qué finalidad lo hicieron" (Lamarque, 2024, p. 24) ya que, como veremos en el siguiente apartado, los modos en que "viven" estos conocimientos matemáticos cotidianos son de modo implícito, implicados en los modos de hacer.

En ambas tesis recurrimos a perspectivas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico para identificar componentes de las obras matemáticas que viven en el trabajo cotidiano de albañiles y de carpinteros. En el análisis de observaciones y entrevistas fuimos identificando tareas y subtareas implicadas en el trabajo, así como las técnicas diseñadas/apropiadas para su resolución (cómo levantar una pared, cómo colocar pisos, cómo realizar una mesa a medida en vez de estándar, por ej.). Como señala Giménez (2022, p. 94):

La potencialidad de este modelo de análisis de una obra, se revela tanto en la posibilidad de abrir la trama implicada en las dialécticas entre las tareas y las técnicas y su descripción como en las implicaciones educativas para la transmisión de las técnicas y la posible ampliación de sus respectivos alcances.

La variabilidad de los conocimientos matemáticos entre comunidades de práctica diversas como por ejemplo las de albañiles y carpinteros, y entre posiciones al interior de la trama laboral jerárquica, así como la necesidad de reconstruir sus aspectos materiales (los artefactos empleados) y los gestos implicados para inferir estos conocimientos matemáticos en juego suponen una gran complejidad para unx docente que apueste a dialogar con esos conocimientos.

En el apartado "Derivas del andar: ..." nos detendremos en la potencialidad del trabajo colaborativo para afrontar este y otros desafíos de docentes y políticas que postulen el carácter social de los conocimientos matemáticos y, por ende, a lxs sujetos de la EPJA como no carentes sino como portadores de conocimientos y demandas de saberes.

Lógicas cotidianas de transmisión de conocimientos

En mi trabajo en CREFAL junto a Irma Fuenlabrada (DIE-Cinvestav) no nos detuvimos en las formas de transmisión de conocimientos y saberes matemáticos al interior de la organización, sino más bien en las dinámicas de acceso a ciertos saberes matemáticos inaugurados por la producción colectiva y las dinámicas de intercambios con saberes matemáticos legitimados en contextos no locales.

En las tesis de Darío Giménez (2022) y de María Laura Lamarque (2024) reconstruimos procesos de acceso a los conocimientos del oficio lo que profundizó nuestras discusiones en relación a las formas de transmisión de conocimientos matemáticos en ámbitos no escolares.

En la indagación de Lamarque (2024) reconocimos el carácter relativo de los conocimientos matemáticos reconstruidos y, en ese sentido nos interrogamos:

¿en qué medida es potente hacer uso de las prácticas de mediciones de los contextos laborales dentro de un contexto de enseñanza?; ¿de qué modo es potente utilizar y potenciar en la escuela esta diversidad en los significados de los conceptos, ideas y nociones que se pueden presentar en varias instituciones (talleres de carpintería)?; ¿en qué medida esta diversidad contribuye a la construcción del sentido de la medición en la escuela?

[...] ¿qué tipos de tareas se pueden reconstruir en la escuela con los conocimientos, artefactos, insumos y variables disponibles para trabajar estimaciones y mediciones efectivas de longitudes y de ángulos?; ¿de qué manera se pueden acercar y vincular los conocimientos matemáticos que viven en situaciones escolares a los que viven en situaciones laborales? (pp. 59-60)".

Estas preguntas son "derivas" de un interrogante central en torno a vínculos entre conocimientos matemáticos cotidianos de oficios y saberes matemáticos escolares. Este interrogante en la tesis de Giménez había emergido en el seno de caracterizaciones de trayectorias de formación de Pedro y Franco, los albañiles de la obra indagada. Además había sido tematizado en el reconocimiento de otro aspecto importante de la función de Franco como encargado de una obra: la formación del personal puesto que "...es necesaria para tener suficientes oficiales que puedan realizar tareas de manera autónoma ya que asegura un buen desarrollo de la obra" (Gimenez, 2022, p. 38).

Tanto en los recuerdos de los albañiles de sus procesos formativos como en los relatos de Franco sobre la preparación de los oficiales de albañilería "emergen episodios de transmisión mediados por la observación de otros trabajadores, sus decisiones, gestos..." (Gimenez, 2022, p. 42) o la transmisión de "secretos básicos" y un aprendizaje sostenido en "resolver cosas". Como señala Giménez (2022, p. 43):

Estos modos de transmisión por "mimesis" suponen, como nos advierte Bourdieu (2010), que [...] lo que se ha aprendido con el cuerpo no es algo que uno tiene, como un saber que se puede sostener ante sí, sino algo que uno es [...] Nunca separado del cuerpo que es su portador, no puede ser restituido sino al precio de una suerte de gimnasia destinada a evocarlo, mimesis. Mientras el trabajo pedagógico no se haya instituido como práctica específica y autónoma y sea todo un grupo y todo un entorno simbólicamente estructurado el que ejerza, sin agentes especializados ni momentos específicos, una acción pedagógica anónima y difusa, lo esencial del modus operandi que define la maestría práctica se transmite en la práctica, en estado práctico, sin acceder al nivel del discurso. Uno no imita "modelos" sino las acciones de los otros (pp.118-119).

Este modo de existencia de los conocimientos matemáticos en los ámbitos laborales indagados, supuso desafíos metodológicos: ¿cómo sostener la validez de las inferencias realizadas sobre los conocimientos matemáticos implicados en esos modos de hacer, en esos gestos, en los usos de artefactos disponibles?

En ambas tesis promovimos simulaciones de procesos de formación como si lxs investigadores fueran aprendices de los oficios indagados. Este posicionamiento pretendía habilitar una situación de comunicación en la que albañiles y carpinteros describan y justifiquen los procesos de resolución de las tareas. No obstante, Giménez (2022) advirtió la incidencia de los diferentes puntos de vista en juego en la reconstrucción de las tareas cotidianas de los oficios: quienes integran esos espacios laborales suelen recurrir a vías de justificación asentadas "en modos tradicionales de resolución justificados en una eficacia práctica" (p. 97). En cambio, un observador matemático puede recurrir a modos de justificación de las técnicas (cálculos, modos de manipulación de herramientas) "que permite modelizar subtareas que favorecen la eficacia" (p.97).

Estos "modos de transmisión en el que algunos saberes son tácitos y de difícil formulación y cuya adquisición se da en contacto directo y prolongado con la práctica experta" (Giménez, 2022, p. 99. El destacado es nuestro) generan nuevos desafíos para la reconstrucción de estos conocimientos matemáticos desde una propuesta de enseñanza que pretenda dialogar con ellos.

Estos movimientos reconstruidos van evidenciando desplazamientos producidos en modos y dimensiones a considerar en las perspectivas asumidas sobre lxs sujetxs destinatarixs de propuestas educativas de la EDJA. Estas perspectivas van ampliando la mirada de estxs sujetxs ya no meramente como "sujetxs cognitivxs" reconstruyendo sus trayectorias socio-educativas y conocimientos matemáticos apropiados en sus prácticas cotidianas.

Estos desplazamientos discuten con perspectivas autónomas de la matemática (Baker, 2022) y van delineando modos de pensar la enseñanza matemática en la educación de adultos disputando con miradas de lxs sujetos asentadas en la carencia de conocimientos matemáticos y modos homogeneizantes, inmediatistas y simplistas de caracterización de conocimientos matemáticos de ámbitos cotidianos.

Derivas del andar: trabajo colaborativo y búsqueda de especificidad de EDIA

Como he señalado en apartados anteriores, esta exploración de perspectivas, modos y vías de caracterización de conocimientos matemáticos de lxs destinatarixs de propuestas educativas de EPJA nos alertó sobre la complejidad del trabajo docente con estos conocimientos. En ese sentido, a partir de mi tesis doctoral (Delprato, 2014) hemos generado espacios de trabajo colaborativos con docentes de EPJA para afrontar en el seno de estos espacios los desafíos docentes derivados de estos posicionamientos y así explorar/generar saberes didácticos específicos para el trabajo en la educación de adultxs. Estos espacios han procurado habilitar momentos de estudio, exploración y discusión de alternativas de enseñanza de la matemática en espacios escolares de la EPJA que reúnan de modo fértil la mirada de educadores de adultes e investigadores para "descubrir las po-

^{8 &}quot;El modelo autónomo subyace a los extractos que incluimos antes, en los cuales las ideas se veían de una manera descontextualizada y libre de valores. Este modelo no proporciona suficiente comprensión de las inquietudes respecto a ciertos grupos de educandos que logran escasos progresos en matemáticas. Desde otra perspectiva, en contraste con la anterior, el modelo de la práctica social ve a las matemáticas ideológicamente y reconoce la centralidad del contexto, los valores y las relaciones sociales en cualquier evento matemático. Sugiero que este último modelo nos permitirá ampliar nuestras comprensiones y análisis de estas cuestiones de equidad en la educación matemática. Desde esta perspectiva, las relaciones sociales se refieren a posiciones, roles e identidades de individuos en relación con otros, en términos de las matemáticas. Las instituciones y los procedimientos sociales se aprecian aquí como constituyente de control, legitimidad, estatus y privilegian ciertas prácticas matemáticas por encima de otras, como resulta evidente a través de paradigmas y procedimientos aceptados y dominantes relacionados con la manera en que se implantan y se conceptualizan las matemáticas" (Baker, 2022, p. 271).



sibilidades -cualesquiera que sean los obstáculos- para la esperanza, sin la cual poco podemos hacer porque dificilmente luchamos" (Freire, 2002). Descubrir esos "inéditos viables" supone generar actos límites que nos permitan romper situaciones límites (barreras/obstáculos) que hemos percibido y destacado previamente (Freire, 2002).

Una potente premisa de producción del trabajo colaborativo es la doble verosimilitud como (Bednarz, 2022). Esta premisa teórico-metodológica supone un diseño metodológico que contemple en cada fase "las inquietudes de ambos interlocutores y de los mundos que representan" (Desgagné, 2007, citado en Bednarz, 2022, p. 21) promoviendo un acercamiento entre investigadores y "praticiens" que viabiliza "producir conocimientos teniendo en cuenta la realidad de esa práctica y su complejidad" (p.17). Este trabajo de producción didáctica gestada desde y con quienes sostienen propuestas de enseñanza matemática en clases comunes en condiciones institucionales específicas del trabajo de enseñar de la EDJA, revisa modos habituales definidos para el trabajo docente en la construcción de conocimiento didáctico legitimado. Esta operación de reconocimiento de la tarea docente como un trabajo intelectual viabiliza enunciar barreras/ obstáculos que dificultan la generación de alternativas de enseñanza matemática con sentido en condiciones concretas y singulares de trabajo en la EDJA. Así el trabajo colaborativo posibilitaría explorar y viabilizar condiciones de trabajo sobre la enseñanza matemática específicas en la EDJA, así como co-producir conocimiento en torno al mismo.

En mi tesis doctoral (Delprato, 2014) trabajé con maestras de jóvenes v adultos en un CENPA de la ciudad de Córdoba discutiendo decisiones de enseñanza de la matemática en talleres (Achilli, 2008).

A partir de esa tesis he sostenido además una preocupación por el trabajo colaborativo con docentes desde la apuesta por dar cuenta en nuestras producciones de la complejidad del trabajo docente en la modalidad. Producciones derivadas de estos procesos de estudio tematizan: decisiones de enseñanza (Delprato, 2019; Delprato y Aguilar, 2016; Delprato et al., 2013) y condiciones y desafíos del trabajo en colaboración con docentes (Delprato et al., 2018).

En el artículo de Delprato (2019) retomo decisiones de enseñanza que emergieron en el diseño de un conjunto de actividades que conformarían una entrevista diagnóstica. Esta demanda estuvo vinculada al pedido de supervisores de la EPJA de implementación de una entrevista para diagnosticar a cada estudiante al momento de su ingreso a los espacios educativos de la modalidad. Esta entrevista permitía a las docentes de taller definir las inserciones de lxs estudiantes en grupos de diversas etapas en las que está organizada la propuesta curricular del nivel primario, para reconocer los saberes disponibles en estudiantes que llegan con trayectorias escolares diversas e interrumpidas. Esta demanda se vinculaba entonces a la necesidad docente de reconocer los puntos de partida construyendo estrategias de indagación.

En torno a este desafío docente, particularmente relevo en este artículo el tipo de trabajo generado para explorar los conocimientos de los alumnos sobre la magnitud de la longitud. En esa exploración ya habíamos advertido junto a las docentes la diferencia entre disponer de conocimientos de las funciones de los instrumentos de medición y poder usarlos en la resolución autónoma de problemas de medición. Así inferimos que probablemente varixs de lxs estudiantes que estaban familarizadxs con algunas funciones de esos instrumentos manifestaban dificultades diversas en su uso debido a que probablemente habían participado de modo periférico en prácticas de medición efectivas, es decir, habían observado o asistido a otrxs que eran quienes tomaban decisiones en este proceso (qué medir, cómo medir, cómo comunicar la medida obtenida, por ej.). Como señalaba en ese artículo:

Los NEL (Nuevos Estudios de Literacidad) nos aportó una ampliación de los modos habituales de pensar los momentos de "diagnóstico" en la escolaridad. El reconocimiento que supone esta distinción de diversos dominios de la numeracidad nos posibilitó ampliar el diagnóstico descentrando la mirada sobre el alumno a un actor social que construye conocimientos matemáticos en ámbitos no escolares. Una advertencia importante también fue el atravesamiento de estos ámbitos por relaciones de poder que inciden por ejemplo en la distribución no homogénea de conocimientos en un ámbito no escolar, debido a la presencia de jerarquías internas en el mismo. Esto orientó la mirada a la indagación de tareas en las que los alumnos estaban implicados, asumiendo que no todos los actores tienen un mismo nivel de participación en su resolución y, por ende, no disponen de los mismos conocimientos por ejemplo en torno a la medición de longitudes (Delprato, 2019, p. 117)

Para ello fue importante incluir la exploración de conocimientos "culturales" (conocimientos sobre los instrumentos de medición en este caso) diferenciándolos de aquellos conocimientos de estos instrumentos usados en situaciones de medición efectiva. Esto nos permitió reconstruir diversos conocimientos disponibles sobre medición, al estar advertidas de la posible diversidad de niveles de participación en estas experiencias extraescolares de medición. Estas vías de exploración estuvieron sostenidas a su vez en saberes docentes generados en el taller vinculados con su gestión "para generar y sostener un vínculo autónomo de los alumnos con dichas situaciones que permita acceder a sus modos genuinos de resolución" y para posibilitar el acceso a formas de registro de las resoluciones de las situaciones propuestas. Como señalé en este artículo: "Estos aprendizajes docentes dan cuenta a su vez de la potencialidad de saberes generados en estos procesos de autorreflexión colectiva bajo la modalidad de talleres" (Delprato, 2019, pp. 118-119).

En Delprato y Aguilar (2016) reconstruimos junto a una de las docentes del taller de mi tesis de doctorado, una de las demandas sobre las que trabajamos "¿cómo construir un proyecto común en una clase heterogénea?", y ";cómo habilitar en este espacio común un trabajo intelectual en torno a la simbolización matemática en poblaciones con experiencias previas de fracaso?" (p. 41). En particular nos detenemos en episodios de clases y decisiones acordadas para la enseñanza de la operatoria aditiva, derivados nuevamente de la entrevista diagnóstica tomada en el momento de ingreso de lxs estudiantes en el CENPA. En algunas actividades que formaban parte de esa entrevista aparecían técnicas de resolución heterogéneas como las que mostramos a continuación:

^{9 &}quot;Es decir, un saber aprendido por imitación y repetición que no le posibilita al sujeto establecer la finalidad de su acción (véase por ejemplo la discusión del conteo como saber cultural habitual o como conocimiento usado para responder a la pregunta "¿cuántos hay?" realizada por Brousseau (2007, pp. 33-38); o la reflexión de Gálvez (1994, p.289) sobre libros de textos y programas mexicanos en los que la geometría aparece como un saber cultural no con la intención de contribuir al desarrollo de las relaciones de los niños con el espacio). O sea, nuestra pretensión era indagar conocimientos aprendidos en la observación pero sin posibilidades de hacer uso de estos instrumentos para resolver situaciones de medición efectiva" (Delprato, 2019, p. 118).

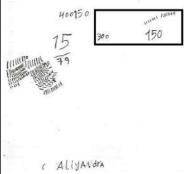
Registro de María (anotación aclaratoria de la docente recuadrada)



María escribe las cuentas como le enseñó su marido, pero además introduce comas imitando "la pinta" del que parece ser su ámbito de referencia, las cuentas del mercado.

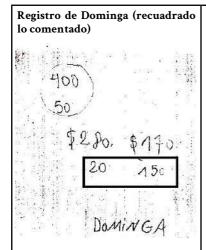
Resuelve "usando sus dedos" para operar con los dígitos que encolumnó. Tuvo dificultades para usar los billetes para verificar

Registro de Alejandra (recuadrado lo comentado)



Alejandra se detiene a analizar cómo operar con el 80 (del importe 280 que aparecía en los datos del problema) y con el 70 (de los 170 que era el otro sumando). Hace palitos para representar los dieces que hay en el 80 y en el 70 para luego contarlos y así agregarlos al 300 que ya había obtenido.





Registro de Claudio (anotación aclaratoria de la docente recuadrada)

400 170 450 mondo 4850 280)

Dominga descompone los números a partir de la interpretación de su escritura y opera mentalmente escribiendo sólo los datos (280 y 170) y el resultado (450).

La docente le pide que registre "Para que la gente sepa cómo lo pensaste. ¿Qué escribirías?".

Entonces anota la descomposición de uno de los sumandos (del 170 en 150 y 20) y su reagrupamiento (suma 20 al 280 obteniendo 300. Al 300 le agrega los 150 restantes provenientes de la descomposición del 170).

Claudio no usa una representación como apoyo del cálculo. Registra los datos sobre los que opera y resuelve usando los billetes.

Tabla 5. Título: Registros de diversas resoluciones de un problema de suma. Fuente: Delprato, 2020

Estas estrategias relevadas son diversas tanto en los repertorios y propiedades disponibles de la numeración y de la adición, como en los modos de acceso a la simbolización convencional y a los algoritmos convencionales. ¿Cómo se construye un proyecto de enseñanza común sin desconocer ni invisibilizar esa heterogeneidad? ¿Cómo se sostiene ese proyecto cuando la asistencia en las escuelas de adultos es discontinua? En el seno del taller diseñamos de modo colaborativo estrategias para asumir

estos desafíos: el trabajo con versiones diferentes de una actividad compartida. Este proyecto de enseñanza de trabajo con versiones simultáneas de un mismo juego y un recurso común, permitía delinear recorridos en los cuales habrá que incluir a sujetos con avances dispares (por sus conocimientos disponibles y/o por su asistencia irregular) en el marco del trabajo con todo el grupo. Esto posibilitaba que las docentes pudieran sostener el trabajo con estos recorridos dispares al tener algún aspecto de la propuesta que diera unidad al trabajo simultáneo con grupos con actividades diferentes, pero semejantes. Asimismo, generamos un modo de registro de los recorridos realizados por lxs estudiantes al interior de las diferentes versiones diseñadas.

Las discusiones referidas al trabajo colaborativo con docentes como condición necesaria para explorar y documentar condiciones de enseñanza matemática alternativas, dialoga entonces con la pretensión de indagar apropiaciones y posibles revisiones de las condiciones institucionales de enseñanza en la EDJA.

En este sentido, junto a tesistas indagamos políticas públicas de enseñanza matemática en la modalidad en Córdoba en diversos niveles educativos (nivel primario: Gerez Cuevas, 2020 y Saavedra, 2023; nivel secundario: Ceballos, 2023). Asimismo trabajamos en torno a diversas ofertas educativas de la modalidad: programas de terminalidad de nivel primario (Gerez Cuevas, 2013); espacios institucionales de diversas jurisdicciones (provincia y municipalidad de Córdoba) y con diversidad de organizaciones institucionales de nivel primario (CENPA, escuela nocturna) (Gerez Cuevas, 2020); programas de educación a distancia de nivel secundario (Ceballos, 2023); dispositivos de acompañamiento generados en el marco de la continuidad pedagógica (en el marco del ASPO-DISP de los años 2020-2021) en el nivel primario (Saavedra, 2023).

En ese recorrido, la exploración de perspectivas institucionales de la enseñanza nos ha permitido reconocer la complejidad de las condiciones institucionales de enseñanza en la educación de adultxs y el saber didáctico específico requerido para ello.

"Estelas en la mar"

En la reconstrucción de este texto de estelas de recorridos de investigación y de formación con un horizonte común (el estudio de condiciones didácticas de la enseñanza matemática en la educación de adultos) he vuelto la mirada a ciertos mojones de movimientos, desplazamientos, recodos, altos en un itinerario de estudio colectivo. La pretensión era reconstruir una serie de operaciones involucradas en nuestros haceres para describir recorridos y así advertir organizadores de mis/nuestros movimientos discursivos en estos espacios de estudio.

En un primer recodo advertí cómo fuimos redimensionando los conocimientos matemáticos de las sujetos de los espacios educativos de jóvenes y adultxs: el reconocimiento de la heterogeneidad de estos conocimientos; la emergencia de la heterogeneidad también de posicionamientos de estxs sujetxs ante sus conocimientos disponibles y frente a los saberes escolares anhelados; la deriva de la necesidad de emprender el camino de reconstruir condiciones de enseñanza matemática para estxs sujetos y de los saberes didácticos demandados para ello.

Estas estelas iniciales vinculadas a mi tesis de maestría (Delprato, 2002) fueron orientadoras de rumbos posteriores de los proyectos de investigación y de tesis dirigidas. En la estancia de investigación en CRE-FAL (2005-2006), junto a Irma Fuenlabrada iniciamos discusiones sobre la inscripción de los conocimientos matemáticos en preocupaciones en torno al sostén del poder en organizaciones colectivas de producción y sobre la desigual distribución y apropiación de conocimientos matemáticos en la trama jerárquica de posiciones de miembrxs de las organizaciones. Pero a su vez, nos adentramos en dinámicas de acceso a saberes matemáticos vinculados no sólo a demandas locales de las organizaciones sino de exigencias de saberes matemáticos legitimados impuestas por la interacción con otros contextos.

Este segundo recodo del camino fue promoviendo la ampliación de modos de análisis iniciados en la tesis de maestría de los conocimientos matemáticos disponibles de lxs sujetos, incorporando formas de dialogar en propuestas de enseñanza matemática con conocimientos matemáticos construidos en el seno de la participación de lxs sujetos en espacios laborales, en este caso, en organizaciones colectivas de producción. Asimismo nos interrogamos cómo estas propuestas de enseñanza pueden dialogar a su vez con las demandas disímiles de saberes de estas organizaciones hacia miembrxs de las mismas insertxs en diversas posiciones con distintas responsabilidades y exigencias de saberes matemáticos para su sostén.

Este carácter asimétrico de tareas matematizables demandadas por miembrxs en diferentes posiciones de una organización productiva, fue caracterizado en sus singularidades en una empresa familiar de albañilería por Giménez (2022). Así se fue consolidando como un modo de "tirar del hilo" de esta trama social de los conocimientos matemáticos.

En esa tesis habíamos advertido a su vez que otro aspecto a reconstruir de esa trama social de los conocimientos matemáticos es su dimensión material: en qué condiciones materiales se inscribe la resolución de estas tareas matematizables. En el TFI de Lamarque (2024) avanzamos en modos de reconstrucción de esta dimensión proponiendo modalidades para dar cuenta de los artefactos empleados y los gestos implicados en su utilización, así como su interrelación con conocimientos matemáticos en juego en estos desempeños laborales.

A medida que el recorrido se iba haciendo más sinuoso reconocimos la complejidad que supone para lxs docentes que apuesten a dialogar con estos conocimientos, dada la diversidad de capas analíticas demandadas para su caracterización.

En las tesis de Darío Giménez (2022) y de María Laura Lamarque (2024) reconstruimos también procesos de transmisión de conocimientos del oficio. Así advertimos que estos procesos en general están sostenidos en el contacto directo y prolongado con desempeños expertos de esas tareas ya que los conocimientos son tácitos, sostenidos a su vez en gestos y, por ende, difíciles de ser formulados. Este nuevo mojón del recorrido profundizó la perspectiva de la complejidad de los saberes didácticos docentes requeridos para la articulación con estos modos de transmisión.

En ese sentido, estos saberes altamente complejos no pueden ser gestados sin la colaboración con lxs docentes de espacios y ofertas educativas de la educación de adultxs. No sólo porque es un saber a crear, sino además y centralmente porque requiere ser generado en forma situada en condiciones y restricciones del ejercicio de la docencia en estos espacios educativos. Las perspectivas institucionales de la enseñanza nos han permitido, desde otro recodo del camino, reconocer que no sólo son requeridos (y hay que co-construir) saberes didácticos para enseñar a jóvenes y adultxs con conocimientos matemáticos concebidos con un carácter social (con las complejidades que eso acarrea). Es necesario a su vez, entramar esa demanda de saberes didácticos con aquellos que supone imaginar y sostener la enseñanza matemática en condiciones institucionales de enseñanza singulares (heterogeneidad y flexibilidad de los agrupamientos, recorridos flexibles y discontinuos).

Como señalé en el epígrafe inicial estos recorridos relatados en sus movimientos y operaciones buscan visibilizar la historia de una carencia: la de saberes didácticos que asuman estas múltiples dimensiones de su especificidad para enseñar matemática en la educación de adultos. El relato procura a su vez dar cuenta que no asumimos que esto sea la carencia de una historia.

Referencias

- Achilli, Elena (2008, 6^a edición). *Investigación y formación docente*. Rosario: Laborde Editor.
- Ávila, Alicia (1990), "El saber matemático de los adultos analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo", Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, México, Centro de Estudios Educativos, vol. XX, núm. 3, pp. 55-95.
- Baker, David (2022). "Usar la Arena para Contar su Número: Desarrollar la Sensibilidad Cultural y Social de los Maestros". En Judith Kalman y Brian V. Street (Eds.). (2022). Lectura, Escritura y Matemáticas como Prácticas Sociales: Diálogos con América Latina. La Cámara de Compensación (Publicado originalmente en forma impresa en 2009 por Siglo XXI Editores). https://wac. colostate.edu/docs/books/sociales/baker.pdf
- Baker, David, Street, Brian y Tomlin, Alison (2003). "Mathematics as social: Understanding relationships between home and school numeracy practices", For the Leaming of Mathematics, 23 (3), pp. 11-15.
- Bednarz, Nadine (2022) De la problematización de una investigación colaborativa a su análisis y difusión: retorno a la conceptualización desarrollada y ejemplificación a partir de una investigación colaborativa realizada con asesores pedagógicos en matemática. En Martínez y Ruiz (comp.) Trabajo colaborativo entre profesores de matemática e investigadores en Didáctica de la Matemática: desafíos y problematizaciones en la adaptación y difusión de una propuesta para

- la enseñanza de los números enteros. (pp. 15-56). Neuquén: EDU-CO UNCo. http://rdi.uncoma.edu.ar/bitstream/handle/uncomaid/16638/Libro%20Digital%20Trabajo%20Colaborativo%20Matem%c3%a1ticas.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Broitman, Claudia (2012). Adultos que inician la escolaridad: sus conocimientos aritméticos y la relación que establecen con el saber y con las matemáticas. Tesis de doctorado. La Plata (Argentina): Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de la Plata. https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/tesis/te.899/te.899.pdf
- Broitman, Claudia y Charlot, Bernard. (2014). "Relación con el saber. Un estudio con adultos que inician la escolaridad". *Educación Matemática*, 26 (3), 7-35. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40540689002
- Ceballos, Jorge (2023). Prácticas pedagógicas y sentidos docentes sobre experiencias socio educativas de estudiantes: aproximaciones teórico metodológicas. Educación a distancia, enseñanza matemática. XII JIE, CIFFyH-UNC, Córdoba (Argentina).
- Certeau, Michel de (2000) *La invención de lo cotidiano. 1 Artes de hacer.* México (DF): Universidad Iberoamericana (UIA), Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente, A.C. (ITESO).
- Delprato, María Fernanda (2020). Enseñanza matemática a adultos: condiciones y propuestas de un trabajo colaborativo. Río Cuarto: UniRío editora. Universidad Nacional de Río Cuarto. 2020. ISBN 978-987-688-386-3. http://www.unirioeditora.com.ar/producto/ensenanza-matematica-adultos/
- Delprato, María Fernanda (2019). "Condiciones y episodios de una indagación de conocimientos sobre longitudes de alumnos de EDJA". *Quaderns digitals, No. 88*, pp. 106-120. https://www.researchgate.net/publication/378179055_delprato_2019_quaderns_digitals#fullTextFileContent

- Delprato, María Fernanda (2014). Condiciones para la enseñanza matemática a adultos de baja escolaridad. (Tesis Doctoral). Universidad Nacional de Córdoba, Argentina: Facultad de Filosofía y Humanidades. https://ansenuza.ffyh.unc.edu.ar/handle/11086.1/809
- Delprato, María Fernanda (2008), "Construyendo un objeto: Opciones teórico-metodológicas de indagación de conocimientos matemáticos de organizaciones campesinas", en IX Congreso Argentino de Antropología Social: Fronteras de la Antropología, Universidad nacional de Misiones, CD-ROM, Misiones, Universidad Nacional de Misiones.
- Delprato, María Fernanda (2005). "Educación de adultos: ¿saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos?". *Relime, Vol. 8 (2)*, pp. 129-144. https://www.redalyc.org/pdf/335/33580203.pdf
- Delprato, María Fernanda (2002). Los Adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática. México (DF): CINVES-TAV.
- Delprato, María Fernanda y Aguilar, Gabriela (2016). "Trabajo colectivo en un aula heterogénea sobre formas de simbolización de la operatoria aditiva". *Decisio, Saberes para la acción en educación de adultos, 45*, 40-46. https://revistas.crefal.edu.mx/decisio/images/pdf/decisio-45/decisio-45-art06.pdf
- Delprato, María Fernanda, Aguilar, Gabriela y Schiaparelli, Paula (2018).

 "Procesos de documentación y autoría de docentes e investigadores de un taller de enseñanza de la matemática en EDJA".

 VII Congreso Nacional y V Internacional de INVESTIGACIÓN EDUCATIVA, Facultad de Ciencias de la Educación- UNCo.
- Delprato, María Fernanda, Fregona, Dilma y Colab. (2013). "De usuario competente del sistema monetario al dominio de la escritura de los números". En BROITMAN (Comp.) Matemáticas en la es-

- cuela primaria: números naturales y decimales con niños y adultos I (pp. 73-95). Buenos Aires: Paidós.
- Delprato, María Fernanda y Fuenlabrada, Irma (2012). El poder de "las cuentas". Poder con las cuentas y las cuentas del poder. Problemas de cálculo en la comercialización y preocupaciones sociales de una líder indígena. México: CREFAL. https://crefal.org/wp-content/up-loads/2023/06/poder-cuentas.pdf
- Delprato, María Fernanda y Fuenlabrada, Irma (2003). EL CAJERO: Un recurso didáctico que favorece el acceso de adultos analfabetos a la simbolización de los números y las operaciones de suma y de resta. *Decisio, Saberes para la acción en educación de adultos, 4,* 37-40. https://revistas.crefal.edu.mx/decisio/images/pdf/decisio_4/decisio4_saber8.pdf
- Delprato, María Fernanda y Lamarque, María Laura (2023). Una indagación en un taller de carpintería: desafíos metodológicos de reconstrucción de prácticas de medición. XII JIE, CIFFyH-UNC, Córdoba (Argentina).
- Freire, Paulo. (2002). Pedagogía de la esperanza. Un reencuentro con la pedagogía del oprimido. Siglo XXI Editores.
- Fuenlabrada, Irma y Delprato, María Fernanda (2022). "Prácticas matemáticas en organizaciones productivas de mujeres con baja escolaridad: construir una mirada que cimiente propuestas de enseñanza". En Kalman, Judith y Brian V. Street (Eds.). (2022). Lectura, Escritura y Matemáticas como Prácticas Sociales: Diálogos con América Latina. La Cámara de Compensación WAC. (Publicado originalmente en forma impresa en 2009 por Siglo XXI Editores). https://wac.colostate.edu/docs/books/sociales/velazquez-delprato.pdf.)
- Fuenlabrada, Irma y Delprato, María Fernanda (2005). "Tres mujeres y sus diferenciados acercamientos a los números y las cuentas". *Educación Matemática, Vol. XVI(3)*, pp. 25-52. https://www.redalyc.org/pdf/405/40517303.pdf



- Gerez Cuevas, José Nicolás (2013). La enseñanza de saberes matemáticos en la oferta semipresencial de nivel primario de la modalidad de jóvenes y adultos. (Trabajo Final de Grado). Universidad Nacional de Córdoba, Argentina: Facultad de Filosofía y Humanidades.
- Gerez Cuevas, José Nicolás (2020). La enseñanza de la matemática en el nivel primario de la modalidad de Educación Permanente de Jóvenes y Adultos: saberes docentes, prácticas y condiciones institucionales. (Tesis Doctoral). Universidad Nacional de Córdoba, Argentina: Facultad de Filosofía y Humanidades.
- Giménez, Aníbal Darío (2022). Prácticas donde subyacen conocimientos matemáticos en grupos de albañiles en obras pequeñas. Río Cuarto : UniRío Editora Libro digital. http://www.unirioeditora.com. ar/producto/practicas-donde-subyacen-conocimientos-matematicos-grupos-albaniles-obras-pequenas/
- Giménez, Aníbal Darío. (2016) Estudio de una práctica de colocación de pisos cerámicos desde una perspectiva de la educación matemática. Decisio, Saberes para la acción en educación de adultos, Vol. 45, pp. 19-24. https://revistas.crefal.edu.mx/decisio/images/pdf/decisio-45/decisio-45-art03.pdf
- Lamarque, María Laura (2024) Una indagación en un taller de carpintería: desafíos metodológicos de reconstrucción de prácticas de medición. Tesis de Especialización. La Plata (Argentina): Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de la Plata. http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/167483
- Lorenzatti, María del Carmen (2005) "Análisis sociopolítico de la educación de adultos: el lugar del adulto". En Lorenzatti, María del Carmen. Saberes y conocimiento acerca de la cultura escrita: un trabajo con maestros de jóvenes y adultos (pp.19-31). Córdoba: Ferreyra Editor.

- Ramírez, Mercedes (2023). Experiencias docentes y secundaria de jóvenes y adultos en Córdoba: aproximaciones para su estudio. XII JIE, CIFFyH-UNC, Córdoba (Argentina).
- Saavedra, Lucrecia (2023). Los materiales educativos elaborados para EPJA primaria en pandemia: aportes para la enseñanza de la matemática. XII JIE, CIFFyH-UNC, Córdoba (Argentina).
- Solares, Diana (2012). Conocimientos matemáticos en situaciones extraescolares. Análisis de un caso en el contexto de los niños y niñas jornaleros migrantes. *Educación matemática, 24 (1),* 5-33. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40525850004



El proceso de medir en un taller de carpintería:

desafíos descriptivo-analíticos de reconstrucción de diversos "modos de hacer"

María Laura Lamarque*

Introducción

n este capítulo recupero extractos del Trabajo Final Integrador de la Especialización en Enseñanza de las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario (FAHCE-UNLP) bajo la dirección de Delprato. La temática de estudio remite a modos de reconstruir los conocimientos de las prácticas cotidianas de dos carpinteros vinculadas con el proceso de medir. Reparamos¹ en estas ideas de Arcavi (2006) para el desarrollo de este trabajo:

Las diversas profesiones y actividades (especialmente las que son más matemáticamente ricas, como la ingeniería; ver, por ejemplo, Noss & Hoyles, 1996a) pueden tener contenidos matemáticos muy importantes en su práctica cotidiana, y lo que es muy cotidiano para uno, puede resultar abstruso para otro.

Por eso, lo que incluimos en las matemáticas cotidianas depende mucho del contexto y de la práctica de donde emergen las matemáticas. (p.5)

Así, recuperamos del autor que las matemáticas cotidianas "pueden ser diferentes, según las distintas prácticas" y que "el mundo del alumno debería incluirse también en dichas prácticas diarias" (p.8). Dentro de las prácticas cotidianas de los carpinteros, sus modos de hacer se vinculan

¹ Usaré la primera persona del plural porque considero que la autoría de la Tesis no es personal sino fruto de un trabajo colectivo. Este trabajo comprende ideas, voces y aportes de los entrevistados (que son la materia prima de este trabajo), de la directora de esta Tesis, de Profesores y colegas de la Especialización y de Profesores en Matemática.

^{*}Especialización en Enseñanza de las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario, FAHCE, UNLP / lamarque.lauri@gmail.com

con el proceso de medir: qué estrategias conocidas usan al trabajar y cuáles construyen en el taller; cuáles instrumentos de medición, herramientas y máquinas usan y de qué manera lo hacen; qué conocimientos matemáticos ponen en juego y de qué manera.

Los propósitos de este estudio estuvieron orientados a reconocer aportes de estas prácticas laborales de medición reconstruidas en un taller de carpintería a la enseñanza matemática escolar de nivel primario (de niñas/os y de adultas/os). Particularmente nos interesó interpelar desde estos "otros lentes" miradas escolares con el fin de mejorar las condiciones didácticas de la enseñanza y del aprendizaje de la medida en las aulas.

Experiencia de práctica

Descripción del proyecto y decisiones metodológicas

En este apartado, voy a describir el proyecto ya realizado de las prácticas profesionales, el cual incluye las decisiones metodológicas propias del diseño del mismo y la información relevada en el proceso de implementación.

Al comenzar a elaborar el plan del Trabajo Final Integrador, inicialmente el objetivo de estas prácticas profesionales fue estudiar vínculos entre las matemáticas escolares y extraescolares. Tal es así que nos cuestionamos: ¿de qué manera resuelven las personas sus problemas de la vida cotidiana en los que deben utilizar estrategias para realizar y analizar mediciones en diferentes contextos? ¿Qué estrategias despliegan cuando van a realizar mediciones efectivas de longitudes, capacidades, pesos y tiempos?

Estas preguntas fueron enunciadas para diversas opciones de oficios o profesiones, como mecánicos, artesanos, ingenieros, etc. Después de analizar varias posibilidades, decidimos intentar indagar las prácticas de dos carpinteros que trabajan en un taller familiar para estudiar de qué manera ponen en juego conocimientos disponibles sobre las mediciones y cómo construyen otros al interior de sus prácticas laborales. Conocer sus modos de enseñanza y de aprendizaje creíamos que brindarían aportes a la Educación Primaria y de Jóvenes y Adultos. Finalmente, cuando contamos con sus participaciones, entramos en contacto con el oficio de la carpintería mediante la lectura de distintos materiales de enseñanza elaborados

por docentes de Instituciones Educativas con modalidad Técnica² y a través de la observación de videos del Canal Encuentro³ que introducen el oficio. Esto lo hicimos para familiarizarnos poco a poco con las tareas que allí desarrollan, con la jerga que utilizan y con sus "modos de hacer" (técnicas) vinculados con las mediciones.

Como fue mencionado en la introducción de este trabajo, el tema a estudiar refiere a modos de reconstruir los conocimientos de las prácticas cotidianas de dos carpinteros vinculadas con el proceso de medir. La finalidad de esta práctica profesional fue analizar vínculos entre las matemáticas escolares y extraescolares, en particular, estudiar de qué manera las personas ponen en juego conocimientos disponibles y construyen conocimientos nuevos sobre las mediciones dentro de sus prácticas laborales en un taller familiar de carpintería. Así, en relación con los diversos modos en que los adultos resuelven problemas en las tareas diarias dentro del taller, buscamos reconstruir "modos de hacer" de dos carpinteros vinculados con el proceso de medir.

En el momento de la ejecución de una tarea que los carpinteros seleccionaron como compleja, identificamos que en la mayoría de las sub-tareas predominan prácticas vinculadas a las mediciones efectivas y a las estimaciones de longitudes y de ángulos. Es por ello que nos detuvimos en estudiar lo que sucedía al interior de estas prácticas y a los "modos de hacer" asociados a dichas magnitudes. Asimismo, al conocer una de las tareas que les resulta compleja, decidimos modificar los interrogantes mencionados al inicio de este apartado de la siguiente manera: ¿qué estrategias conocidas usan al trabajar y cuáles construyen en el taller?; ¿cuáles instrumentos de medición, herramientas y máquinas usan y de qué ma-

² Fueron consultados materiales producidos por docentes disponibles en los siguientes sitios virtuales: http://eetp285.com.ar/materias/primer-ano-b/taller-1b/ carpinteria-1b/; http://www.eet602.edu.ar/wp-content/uploads/2020/03/ CUADERNILLO_CARPINTERIA_2020_EETP_602.pd; https://eetp282.edu. ar/talleres-del-10-ciclo-10-ano/

³ Un material valioso para la aproximación a algunas tareas del oficio fue la serie "Introducción a la carpintería" (http://encuentro.gob.ar/programas/serie/8173/9251). Sinopsis del programa: En este curso se enseñará a realizar caballetes, sillas, cajas y cajones, revestimientos y muebles laminados. Un conjunto de conocimientos para emplear en los hogares o para abrirse un nuevo camino en el plano laboral.

nera lo hacen?; ¿qué conocimientos matemáticos ponen en juego y de qué manera?

Como fueron referidos en la Introducción de este capítulo, los propósitos de este estudio estuvieron orientados a reconocer aportes de estas prácticas laborales de medición reconstruidas en un taller de carpintería a la enseñanza matemática escolar de nivel primario (de niñas/os y de adultas/os). Particularmente es de nuestro interés interpelar desde estos "otros lentes" miradas escolares con el fin de mejorar las condiciones didácticas de la enseñanza y del aprendizaje de la medida en las aulas.

Un supuesto central de esta indagación es que "los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son aspectos particulares del proceso de estudio de las matemáticas" (Chevallard et al., 1997, p.47). Esta perspectiva sostenida por la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) descentra los procesos de estudio matemático del ámbito escolar y nos aporta modos de mirar producciones matemáticas como la de este grupo de carpinteros. Esta teoría plantea que los conocimientos matemáticos son relativos de acuerdo a la práctica y la institución en que los conocimientos tienen lugar. Asimismo, Solares (2012) asegura que esta teoría considera el hacer matemáticas como un trabajo de modelización. Esta actividad de modelización supone, en primer lugar, construir y trabajar con un modelo matemático de la realidad que se quiere estudiar, mediante representaciones numéricas, gráficas, etc., y, en segundo lugar, interpretar los resultados obtenidos para responder a los asuntos planteados inicialmente. Además, adherimos a la idea de los autores de que se modeliza la matemática mediante la noción de obra matemática, es decir, mediante aquello que surge en una institución como respuesta a cuestiones. Es así que la TAD propone un modelo denominado "praxeología":

Para caracterizar los conocimientos matemáticos que emergen de prácticas concretas, la TAD propone un modelo denominado "praxeología", el cual consiste, en términos generales, en identificar los "tipos de tareas" que se llevan a cabo en una práctica determinada, las "técnicas" que se emplean para realizar dichas tareas, la "tecnología" que justifica y explica las técnicas, y la "teoría", que a su vez justifica a la tecnología. (Chevallard et al., 1997, p.15)

Desde la TAD, Solares (2012) recupera otras funciones de la tecnología propuestas por Castela:

[...] describir, facilitar, motivar, favorecer, validar y evaluar la técnica. Estas funciones han sido precisadas por Romo (2009), quien hace uso de este "modelo praxeológico extendido" para analizar las praxeologías matemáticas puestas en marcha en un contexto de formación de ingenieros. El estudio de Romo pone en evidencia la tensión entre teoría y práctica, particularmente en situaciones en las que se hace uso de técnicas matemáticas en contextos no matemáticos. (Castela y Romo, 2011). (p.24)

Consideramos que estos posicionamientos epistemológicos nos permiten entender que los conceptos matemáticos son el resultado de un trabajo de los pensamientos de las personas y que éstas van transformándolos al aprender con otras. Estas transformaciones suceden dentro de la escuela y también fuera de ella, es decir, en distintas instituciones, como por ejemplo, las familias y los oficios. Además, a partir de las ideas de Chevallard et al. (1997) sobre el vínculo entre matemáticas en la sociedad y en la escuela, podemos decir que hay necesidades en la sociedad acerca de las mediciones que deben ser trabajadas como necesidades en la escuela.

El diseño metodológico incluyó entrevistas semiestructuradas implementadas entre los meses de junio y agosto del año 2022 a dos hombres adultos (padre e hijo) que desempeñan el oficio de la carpintería en un taller familiar conformado sólo por ellos dos. Fueron realizadas en tres encuentros, documentados en formato de video y de audio, y mediante registros fotográficos de materiales, máquinas, herramientas e instrumentos de medición que los entrevistados poseen y utilizan en el taller.

Decidimos relevar la información de esta experiencia de práctica con entrevistas semiestructuradas, ya que las mismas si bien contemplan una guía de preguntas y problemas anticipados, permiten reformular o generar preguntas nuevas de manera espontánea en los intercambios y habilitan a los entrevistados a precisar sus respuestas. Dichas entrevistas semiestructuradas fueron pensadas en relación a la medida.

Sobre los criterios para la selección de los entrevistados, los mismos conciernen a dos personas adultas, a los que llamamos en este trabajo José y Martín, quienes son padre e hijo respectivamente. Los nombres de los entrevistados son ficticios y el motivo del uso de los mismos lo detalla-

remos al describir el contenido del primer encuentro. Estas personas se encuentran próximas a experiencias con la medida al desempeñar el oficio de la carpintería en un taller familiar.

En el primer encuentro (realizado por videollamada) se realizaron encuadres de la indagación y acuerdos éticos, se indagó el origen del taller y reconstruimos una jornada laboral "tipo" y tareas de medición involucradas.

En el segundo encuentro (realizado en el espacio del taller) primero recorrimos el taller tomando contacto con descripciones y explicaciones de los carpinteros de usos y ajustes de máquinas e instrumentos de medición, con la intención de advertir cuáles de esos artefactos y sus usos implican conocimientos de medición (de modo efectivo o mediante estimación). Luego se observó la resolución de una tarea seleccionada como compleja por los carpinteros (la elaboración de una mesa plegable a medida).

Cabe mencionar que realizamos un tercer encuentro sobre la reconstrucción de trayectorias escolares de los entrevistados, la evaluación de la tarea ejecutada y otras tareas de medición involucradas en tareas de producción estándar. Este encuentro no será objeto de análisis en esta instancia. Esta decisión se vincula a la densidad analítica que tuvo la reconstrucción de la descripción de los artefactos del taller, de la caracterización y estudio de la tarea compleja observada y de la identificación de los conocimientos matemáticos implicados, como se advertirá en el análisis propuesto⁴.

A continuación, presentaremos el contenido de cada uno de los encuentros analizados en una tabla, la cual comprende la organización, objetivos y actividades de cada momento. (Tablas 1 y 2) Como se advertirá en la descripción, particularmente en el segundo encuentro, decidimos

⁴ Realizamos un cuarto encuentro, en el mes de diciembre de 2023 y mediante una videollamada, con la finalidad de mostrarles a los carpinteros este trabajo final para que puedan realizar aportes y/o ajustes antes de ser publicado (tal como fue planteado en los acuerdos éticos). La entrevistadora les compartió la tabla del "Análisis de la tarea compleja" y ellos debían comentar si acordaban con las interpretaciones, y si no, proponer ajustes. Luego, la entrevistadora les comentó los saberes matemáticos que circulan en las descripciones del "Análisis de la tarea compleja". Por último, ella les compartió algunas cuestiones de las "Reflexiones finales". Fruto de este intercambio se realizaron modificaciones en el análisis de la tarea compleja construido por la tesista y en la designación y caracterización de los artefactos involucrados en la misma.



que la entrevistadora se colocaría en una posición simulada de "aprendiz" para acceder a los "modos de hacer" de una comunidad, en este caso de carpinteros. La inmersión simulada en prácticas de transmisión del oficio buscaba habilitar explicaciones, argumentaciones, relatos de gestos y decisiones que acompañaran la ejecución de la tarea. De este modo promovíamos no sólo el acceso a las técnicas de resolución o "modos de hacer" sino a la identificación de tareas a afrontar y a la explicitación de tecnologías que las sustentan en este taller familiar de carpinteros. Como señalan Solares Pineda et al. (2016):

[...] además de poner de manifiesto conocimientos matemáticos, las prácticas de enseñanza generan discursos tecnológicos para la comunicación de las técnicas. Es decir, al explicar, facilitar, motivar y evaluar las técnicas, la enseñanza hace explícitas las "razones de ser" de esas técnicas, lo cual permite consolidarlas y, al mismo tiempo, consolidar los conocimientos matemáticos que están implicados en ellas. (p.95)

Momento	Organización	Propósitos	Actividades
Primero	-Mediante una videollamadaDe manera individual.	-Establecer en cua dres éticosDet ermi- nar acuerdos de trabajo.	-Diálogo sobre la importancia de "voces" y "modos de hacer" de los entrevistados para este trabajo. Expresión de agradecimiento por sus participaciones, tiempos y predisposiciones, y por los aportes que sus prácticas laborales les brindarán a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas escolares en relación con la medición. -Realización de la presentación inicial del Trabajo Final Integrador (TFI). -Conversación sobre el acceso a los datos producidos y sobre el uso de la información relevada: solicitud de un consentimiento para el uso de imágenes, con garantías de anonimato al utilizar nombres ficticios y al no publicar sus rostros, y de autorización para publicar escenas, entornos laborales y/o para usar audios de grabaciones. -Manifestación del compromiso de compartir producciones vinculadas o derivadas del TFI antes de socializarlas. -Expresión de acuerdos de trabajo sobre: cantidades y modalidades de los encuentros, anticipaciones genéricas de momentos de cada encuentro, de información que se solicitará, y de posibles preguntas y dinámicas.
Segundo	-Mediante una videollamada. -De manera individual.	-Apoyar una recreación del origen del taller. -Facilitar un abordaje de una jornada laboral y de tareas de medición.	-Conversación respecto del origen y organización del taller familiar y sobre las diversas tareas que cada integrante realiza allíDiálogo sobre un día de trabajo en el que los entrevistados realizan tareas reiteradas, y tareas generales y particulares en las que efectúan mediciones para la elaboración de un productoAnticipación de los momentos del segundo encuentro

Tabla 1. Título: Primer encuentro. Fuente: Lamarque, 2024



Momento	Organización	Propósitos	Actividades
Primero	-De manera presencial en el taller. -Con ambos entrevistados.	-Generar intercambios orales, gestuales y escritosFavorecer un abordaje de usos y ajustes de máquinas e instrumentos de medición, para observar qué hay allí del orden de la medición y de la estimaciónRetomar y precisar cuestiones del encuentro anterior.	-Realización de un recorrido por el taller en el que los entrevistados mostraron máquinas, herramientas, materiales e instrumentos de medición, comentaron cuándo y cómo los usan y para qué sirven -Recuperación de una escena del primer encuentro en la que uno de los entrevistados manifestó que, al mirar un video durante nueve meses, fabricó una fresadora. Muestra de dicha máquina y de sus funciones.
Segundo	-De manera presencial en el tallerCon ambos entrevistados.	-Generar intercambios orales, gestuales y escritosPromover un despliegue de la tarea seleccionada como compleja y del uso de representaciones para su resolución.	-Desarrollo de una tarea que los entrevistados consideran compleja, de los motivos de su elección y de los modos de aprendizaje de la misma. -Muestra de dibujos y de moldes de las piezas utilizadas, y descripción de los mismos en términos de cómo los pensaron e hicieron. -Ejecución de una mesa plegable, con las siguientes consideraciones: la entrevistadora era una aprendiz; los entrevistadora le debieron explicar la tarea como si ella fuera a hacerla, es decir, expresarle qué debía medir, qué tenía que hacer con sus manos, cuáles insumos considerar y de qué manera hacerlo; posibilidades de repreguntar por parte de la entrevistadora frente a dudas o inquietudes surgidas.

Tabla 2. Título: Segundo encuentro. Fuente: Lamarque, 2024

En lo que sigue, comparto algunos ajustes que nutrieron algunas de las decisiones reseñadas. Dichos ajustes fueron decididos a partir de algunos intercambios con los entrevistados en espacios informales entre encuentros y/o de impresiones generadas por el despliegue de los guiones de algunos de los encuentros. Así, anteriormente al segundo encuentro, se concretó un llamado telefónico para manifestar algunas ideas, dudas e inquietudes. Los entrevistados comentaron que para ellos la "ejecución de una tarea" es el "paso a paso" de cómo se hace la tarea y está involucrada en un "procedimiento" (técnica). Además, mencionaron que un "procedimiento" incluye la realización "desde cero" hasta el final de dicha tarea. Esto comprende todo aquello que piensan previamente y todo lo que llevan a cabo hasta lograr la finalización de dicha tarea. Esta conversación nos permitió: conocer dichas nociones de los entrevistados; entender el modo en el que ellos comprendieron la consigna, el cual refiere a la selección de una tarea compleja; y usar el concepto de tarea en el segundo encuentro en el mismo sentido que ellos lo empleaban.

Es por ello que en el segundo encuentro se le solicitó a cada entrevistado que relate y ejecute una tarea que considera compleja, que comente los motivos de su elección y los modos de aprendizaje de la misma. Si bien el pedido fue realizado de manera individual, ellos decidieron seleccionar y realizar en conjunto la tarea elegida por ambos: realizar una mesa plegable que un cliente les solicitó "a medida".

Desafíos descriptivos-analíticos atravesados

Un desafío inicial fue definir encuadres de la entrevista que viabilizaran el acceso a las prácticas de los carpinteros. Para ello, construimos discursivamente en la preparación del encuentro y en la posición asumida por la entrevistadora en su realización, la simulación del rol del aprendiz. Así los entrevistados debieron explicar la tarea como si ella fuera a hacerla, es decir, expresarle qué debía medir, qué tenía que hacer con sus manos, cuáles insumos considerar y de qué manera hacerlo.

Otro desafío posterior, fue describir la tarea compleja. Para ello reconocimos sub-tareas que los carpinteros usan para elaborar una mesa plegable, técnicas (o modos de hacer) involucradas y discursos de los carpinteros sobre estas técnicas mediante la sistematización en una tabla. A continuación, presento un fragmento de dicha tabla (Tabla 3):

Momen- tos de la ejecu- ción	Gráfico	Sub-tareas	Técnicas	Algunas escenas del proceso
Momento 2: preparar materiales a cortar		Delimitar y cortar "a escuadra" las maderas a usar	Los dos carpinteros seleccionan un tirante de madera en bruto, para la elaboración de las cuatro patas de la mesa (P) y de los dos enganches (E) que sostienen la tapa de la mesa (T). Además eligen dos tirantes de madera cepillada para la realización de la tapa de la mesa (T). Con la ingletadora cortan estas maderas "a escuadra" (es decir, que el ángulo de corte entre dos cantos consecutivos tiene que medir 90").	
	Referencias: E: Enganche P: Pata T: Tapa S: Madera que separa las patas	Fraccionar y cepillar las maderas a usar para las patas (P) y los enganches (E)	Mediante el uso del metro y del lápiz, marcan en la madera en bruto el largo de corte de las patas (b), que, tal como vemos en la imagen del dibujo de la mesa, mide 95 cm. Con la ingletadora realizan un corte "a escuadra" en dicha marca. Como el tirante tiene 15 cm de ancho, y cada pata tiene 4 cm de ancho, entonces este trozo de madera alcanza para realizar tres patas. Es por ello que cortan otro trozo igual de madera para obtener la cuarta pata.	
			Con la cepilladora José lija las maderas en bruto que emplean para las cuatro patas (P) y para los dos enganches (E) que sostienen la tapa (T), y utiliza el calibre (como se ve en la imagen) para medir los mm del espesor que rebaja. Este espesor es originalmente de 25 mm, y luego de rebajarlo queda de 22 mm, ya que aproximadamente cepillan 1,5 mm en cada cara. Ajustan con lija las zonas de la madera que contienen "depresiones" y que no son lijadas por la cepilladora.	
		Emparejar los cantos	Los "cantos" de una madera refieren a las caras laterales de dicha madera. Así, con la sierra circular de banco emparejan los cantos de las maderas en bruto al haber una imperfección de la madera que no la quita el cepillado. Le sacan 3 mm al espesor, cuya medi- da corresponde al espesor de la sierra de la máquina.	
		Fraccionar la madera a usar para las maderas que separan las patas (S)	Mediante el uso del metro y del lápiz, Martín marca en la madera cepillada los largos de corte de las maderas que separan las patas (S). Deciden hacerlas de 55 cm y de 50 cm, ya que los largos de la mesa modelo miden 54,5 cm y 49,5 cm, y al cortarlas un poco más largas esto les permite hacer los ajustes necesarios. Con la ingletadora realiza los cortes "a escuadra" en dichas marcas.	

Tabla 3. Título: Descripción del Momento 2: Preparar materiales a cortar.

Fuente: Lamarque, 2024

De este modo reconstruimos el "modelo praxeológico extendido" (Castela y Vázquez-Romo, 2011; Solares, 2012a; 2012b citadas en Solares y Block, 2021) implicado en la resolución de esta tarea no habitual. Es decir, nos detuvimos a identificar conocimientos que sostienen esos "modos de hacer" y reconstruimos descripciones y justificaciones que brindaban los carpinteros.

Posteriormente, otro reto fue presentar y caracterizar a los artefactos empleados en su resolución. Decidimos clasificarlos en: instrumentos que permiten medir una o más magnitudes (de medición de longitudes/de longitudes y de ángulos) y herramientas o máquinas (clasificadas por sus usos, por ejemplo, máquinas que se emplean para agujerear/cortar/lijar/ clavar/atornillar madera). La decisión de detenernos en esta caracterización está vinculada con la adopción de la concepción de artefacto en tanto instrumento "mediador de las interacciones sociales y del conocimiento matemático" (Solares, 2012, p.22). Esta perspectiva supone comprender el uso del instrumento en términos de para qué fue diseñado y cómo se opera con el mismo, el uso que hacen los sujetos y el papel social que cumple en una tarea. Todo esto nos puede informar sobre las habilidades y conocimientos matemáticos implicados en su uso, y contactarnos con la historia de dicha práctica. Para las descripciones retomamos decires y gestos de los entrevistados reconstruidos en extractos de videos del recorrido por el taller, complementados con otros fragmentos del momento del desarrollo y ejecución de la tarea compleja. Estas enunciaciones y expresiones nos posibilitaron definir y describir cada artefacto utilizado en la tarea, con las nominaciones que los entrevistados emplean diariamente en su trabajo en el taller. Además, nos permitieron detallar empleos de dichos objetos en la construcción de la mesa plegable a medida, como se observa en el fragmento de la tabla a continuación (Tabla 4):

Instrumento	Características y usos	Mediciones realizadas en la elaboración de la mesa	
Calibre	Se usa para medir el diámetro de una mecha o de un tornillo, el espesor de la madera.	-espesor de las maderas en bruto y cepilladas.	
Metro/ cinta métrica/ flexó- metro	Es de metal y tiene una extensión de 3 m. Se utiliza para medir el largo, ancho y espesor de la madera, y para medir longitudes en la madera.	-largo: de las patas de la mesa, de las maderas que se encastran para formar la tapa de la mesa, del palo de escoba que une las patas de la mesa, y de las maderas que son los enganches de la mesa; -en la mesa modelo: extensión del borde de una de las patas al agujero central de pivote; -largo del encastre de las maderas que forman la tapa de la mesa y el excedente de dicho largo para que el largo de la mesa sea el buscado; -largo de la forma de la ranura en una de las maderas que unen las patas de la mesa, la cual permite agarrar y llevar la mesa.	
Reglas o chapas graduadas	Son de acero inoxidable y contienen graduaciones en cm y en mm. Una mide 12 cm de largo y la otra 60 cm. Se emplean según la conveniencia en el trabajo a realizar, por ejemplo, para: medir el largo, ancho y espesor de las maderas; medir distancias entre las marcas de dos agujeros y entre el borde de una de las patas al centro de un agujero; realizar líneas de corte; prolongar marcas.	-distancia de la "guía recta" de la sierra circular de banco a la parte interna de la sierra, prolongar las marcas que permiten marcar los tres agujeros de las patas y los agujeros de los enganches; para marcar las líneas de corte del encastre para el palo redondo; -largo de la forma de la ranura en una de las maderas que unen las patas de la mesa, la cual permite agarrar y llevar la mesa.	

Tabla 4. Título: Instrumentos de medición de longitudes.

Fuente: Lamarque, 2024

Conocimientos y usos de la medición: algunos hallazgos generales

Al reconstruir analíticamente los momentos, las descripciones de las sub-tareas y las demandas que contienen las mismas, identificamos que al comienzo de algunas sub-tareas las dimensiones a medir de las piezas o del producto final ya están dadas y los carpinteros sólo las deben interpretar en la mesa modelo o en las plantillas. Mientras que en otras sub-tareas para los carpinteros es necesario delimitar lo que se va a medir, es decir, producir la medición de una dimensión de una pieza o de una dimensión del producto final, a partir de una relación entre dimensiones de las piezas o dimensiones del producto final. Así, en la ejecución de la tarea compleja vemos que estas relaciones involucran conocimientos matemáticos numéricos, espaciales y geométricos y no meramente de la medición.

A partir de extractos del segundo encuentro iniciamos una reconstrucción descriptivo-analítica de los hallazgos en el momento del recorrido por el taller y de la caracterización y ejecución de la tarea compleja, a través de observaciones reiteradas de los materiales videados y según relatos, gestos y acciones de los entrevistados.

Los carpinteros habitualmente realizan piezas estándar usando las dimensiones de las piezas de una mesa modelo (Véase Imagen 6) y plantillas, por lo cual creen que la complejidad de la elaboración de este producto está en que deben realizarlo "a medida".



Imagen 1. Título: Banco y mesa plegable que los carpinteros fabrican de manera estándar. Fuente: Lamarque, 2024

Asimismo, ellos consideran que aunque el cliente solamente pida una modificación (en la altura de la mesa), deben pensar nuevamente la realización de la mesa en su totalidad. Tienen que calcular todas las medidas pues no pueden utilizar las anticipaciones ni las plantillas ya hechas. Acerca de la complejidad de la tarea compleja que seleccionaron, José expresa: "lo que te hace variar tu trabajo de una medida a otra es el cliente. Si yo quiero hacer un banco como ese pero más alto, no es tan difícil tampoco, le das más largo a la madera de las patas...". En este sentido, el problema inicial de la tarea compleja supone producir la medición de una dimensión de la madera de las patas, en este caso producir la medida del largo de corte de las patas de la mesa "a medida" (tarea). De esta manera, Martín manifiesta: "Esta mesa es la que hacemos nosotros siempre, estándar. Tiene 65 cm de alto por 65 cm de largo por 55 cm de ancho, ;no? Entonces, ;qué pasa si viene un cliente y nos pide una mesa más alta, por ejemplo? Esta mesa mide 65 (señala el alto de la mesa) pero las patas miden 87 cm de largo, ¿sí? Como están en diagonal, no es proporcional si yo le agrego 5 cm a la pata. La mesa no sube 5 cm. Porque no es una pata lineal sino que es en diagonal por el sistema de tijeras que tiene para el plegado. Entonces tenemos que hacer unos cálculos. Ahora te muestro la hoja". Y Martín agrega: "Justamente, por el sistema de tijeras, no podés prolongar la pata y esperar que la misma medida que vos le prolongues se la busque en la altura porque es una diagonal, no es una pata recta".

De este modo, los carpinteros comienzan a elaborar y a analizar relaciones posibles entre las medidas de los largos de corte de las patas de ambas mesas según ciertos cálculos y descripciones de regularidades. En sus explicaciones descartan una resolución (o técnica) que comprende relaciones de proporcionalidad directa en la longitud del corte de las patas de la mesa estándar y de la mesa "a medida", debido a que los ángulos de inclinación de las patas de las mesas no son rectos. Ellos identifican que esta técnica que comprende relaciones de proporcionalidad directa entre las longitudes mencionadas no les permite resolver la tarea.

Por ende, proponen una estrategia en la que realizan un tipo de representación mediante un dibujo de la mesa plegable armada en el que identifican y marcan el largo de dichas patas junto con la presencia de triángulos rectángulos (el ancho y alto de la mesa son los catetos y el largo de corte de las patas es la hipotenusa). Aplican el Teorema de Pitágoras para obtener la medida del largo de corte de las patas (Véase Imagen 2).

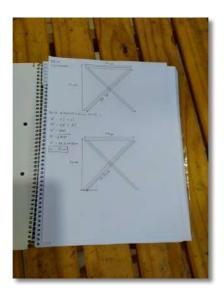


Imagen 2. Título: Dibujo del "esqueleto" de la mesa plegable estándar y del "esqueleto" de la mesa que solicitó el cliente, con sus respectivas medidas de los largos de los enganches, de los altos de las mesas y de los largos de las patas.

Fuente: Lamarque, 2024

De este modo, la *tarea* supone calcular el largo de corte de las patas y la *técnica* está asentada en una aplicación del Teorema de Pitágoras para ello. Si bien la entrevistadora no indaga en los discursos en torno a la *tecnología*, los carpinteros explicitan el uso del Teorema para este *tipo de tareas* (componente *tecnología* de la praxeología).

Otro asunto interesante que vemos en el discurso tecnológico del carpintero es que explica que redondea la medida de la hipotenusa: "...aplicando el Teorema de Pitágoras te da que podes para que la mesa tenga 75 cm de alto la hipotenusa tiene que tener 94,8 cm de largo. Yo acá lo redondeé a 95 cm porque 2 mm no varía nada". En este caso observamos que el redondeo del número al entero funciona como una acción que les permite trabajar con números más sencillos (naturales). Evidentemente, dicha variación, en este contexto, no produce cambios ni transformaciones en las funciones de cada pieza. Así, en estas explicaciones de los carpinteros están incluidas las "razones de ser de la técnica". Como aseguran Solares Pineda et al. (2016), la

enseñanza permite consolidar esas razones y los conocimientos matemáticos implicados en ellas.

En este recorrido procuramos dar cuenta de decisiones centrales de dos adultos asumidas para la reconstrucción de "modos de hacer" en tareas de carpintería vinculadas a la medición. La apuesta fue develar la complejidad que conlleva reconstruir para partir de saberes disponibles y aportar vías teórico-analíticas posibles para esta caracterización.

Reflexiones finales

El Trabajo Final Integrador estuvo orientado por estos interrogantes centrales: ¿qué estrategias conocidas usan al trabajar y cuáles construyen en el taller?; ¿cuáles instrumentos de medición, herramientas y máquinas usan y de qué manera lo hacen?; ¿qué conocimientos matemáticos ponen en juego y de qué manera?

Al reflexionar en torno a estas preguntas, podemos decir que la enseñanza matemática escolar de las mediciones pone en evidencia ciertos conocimientos matemáticos numéricos, espaciales y geométricos y no meramente de la medición. En la ejecución de la tarea compleja lo vemos en las relaciones que los carpinteros establecen para determinar algunas dimensiones de ciertas piezas o dimensiones del producto final. Es por ello que una necesidad acerca de la enseñanza matemática escolar de las mediciones es que esta sea en constante vínculo o coexistencia con otros objetos matemáticos escolares en el marco de resolución de tareas extraescolares vinculadas con problemas espaciales, como la geometría. Tal es así que los carpinteros, por ejemplo, realizaron representaciones mediante dibujos (triángulos rectángulos) y aplicaron el Teorema de Pitágoras para obtener la medida del largo de corte de las patas.

A lo largo de la historia, la medida estuvo y está ligada a aspectos y procesos sociales. Así, Kula (1998) describe que la construcción de las unidades de medida está estrechamente vinculada a los contextos en los que se originaron (textil, agrícola, transporte, etc.) e identifica que existen otras variables en los procesos de medir, como "estafas", tamaño de los objetos, de los transportes, clase social de pertenencia, etc. En el contexto de la carpintería, y particularmente en el taller de José y Martín, está presente la demanda del uso de ciertos sistemas de medida de longitudes y de ángulos exigidos por los usos de los artefactos que emplean, los insumos que utilizan y las variables vinculadas a las tareas. "Resulta asimismo sorprendente comprobar cómo en ciertas regiones -a veces pequeñas- se mantiene la vigencia al mismo tiempo de escalas amplísimas de diversificación de medidas. Sin embargo, tal diversificación nada tiene de lamentable, una vez comprendido su fondo social y humano" (Kula, 1998, p.10).

Asimismo, en las realizaciones de las tareas identificamos algunas variables que influyen en la realización de las mismas y que refieren a conocimientos no matemáticos. Solares Pineda et al. (2016) advierten que la enseñanza pone en evidencia ciertos conocimientos matemáticos y no matemáticos vinculados a los objetivos de las tareas, a los propósitos de las personas que participan y en las condiciones que suceden las tareas. Sobre los conocimientos no matemáticos aseguran: "Esos otros conocimientos son comunicados también a través de la enseñanza e inciden en la conformación de los mismos conocimientos matemáticos (p.95)". Frente a las tareas que exigen la puesta en juego de conocimientos matemáticos, Solares (2012) se detiene en lo relativo al uso de estos conocimientos. La autora se pregunta para quién es relevante, por qué, qué se hace, qué se dice de aquello que se hace, etc. En la reconstrucción de la tarea compleja, los carpinteros producen y/o analizan medidas de largos de corte de piezas y de ángulos y elaboran relaciones entre dichas medidas. Para ello, generan cálculos y establecen regularidades.

Según las demandas de las tareas en un determinado contexto, las personas que forman parte de una cierta comunidad utilizan ideas, nociones, técnicas para resolver tareas, y artefactos e insumos que tienen disponibles. Es así, que dentro de un mismo contexto, pero en otra comunidad, esas ideas, nociones, significados de los conceptos, vínculos entre dichos conceptos y técnicas para resolver tareas pueden variar, incluso ser diversos y hasta opuestos los significados, como así también los modos de uso de los artefactos y de los insumos. Tal es así que, en términos de la TAD, el sentido de un saber matemático depende de una Institución y puede variar de una Institución a otra. Entonces, ¿en qué medida es potente hacer uso de las prácticas de mediciones de los contextos laborales dentro de un contexto de enseñanza?; ¿de qué modo es potente utilizar y potenciar en la escuela esta diversidad en los significados de los conceptos, ideas y nociones que se pueden presentar en varias instituciones (talleres de carpintería)?; ¿en qué medida esta diversidad contribuye a la construcción del sentido de la medición en la escuela?

A lo largo de este trabajo detectamos algunas situaciones en las cuales los carpinteros emplearon artefactos que portan instrumentos de medición sin hacer uso de ellos. Dejamos abierta una posible indagación sobre el empleo de los mismos para prácticas de estimación.

Creemos que en la escuela es necesario trabajar la enseñanza de las mediciones en diferentes contextos y mediante diversas problemáticas, en cuyas prácticas de medición el docente genere situaciones que demanden la realización de discursos tecnológicos. Es esencial promover este tipo de prácticas, ya que en un contexto no escolar se da la posibilidad de aparición de discursos tecnológicos y no la necesidad de dichas apariciones. Además, recuperamos de Solares (2012) que "(...) la comprensión de la tecnología de la práctica es más que un aprendizaje para usar herramientas, es una manera de conectarse con la historia de la práctica y participar más directamente en su vida cultural (...) (pp.22-23)". Esta necesidad de trabajar la enseñanza de las mediciones de este modo, se vuelve una tensión cuando nos preguntamos: ¿qué tipos de tareas se pueden reconstruir en la escuela con los conocimientos, artefactos, insumos y variables disponibles para trabajar estimaciones y mediciones efectivas de longitudes y de ángulos?; ¿de qué manera se pueden acercar y vincular los conocimientos matemáticos que viven en situaciones escolares a los que viven en situaciones laborales?

Al trabajar la enseñanza de las mediciones en diferentes contextos y mediante diversas problemáticas, identificamos en esa diversidad algunas complejidades. Una complejidad refiere a las consideraciones de los ajustes y de los errores en los procesos de mediciones efectivas. Esta complejidad se halla en una gran variedad de significados de los conceptos y en los solapamientos de los errores de las mediciones con otros errores propios de las manipulaciones de los artefactos y al no vincular los errores a los intervalos de medición. Frente a ello nos preguntamos: ¿cómo concebir en las situaciones laborales al error en la medición para que aporte y no dificulte a la construcción de la medida en las situaciones escolares o cuando esos contextos laborales se retoman para la enseñanza de las mediciones?

Otro asunto pendiente de profundización remite al estudio de las razones de las técnicas del "modelo praxeológico extendido", es decir, al precisar y analizar las distinciones y relaciones de las funciones de los discursos tecnológicos de los carpinteros (describir, facilitar, motivar, explicar, validar y evaluar las técnicas). Así, reconstruir el "modelo praxeológico

extendido", que incluye la reconstrucción de los usos matemáticos extraescolares, se convierte en otra tarea sumamente compleja.

Y más aún, es una tarea arduamente compleja hacer uso de esas reconstrucciones de los contextos laborales dentro de un contexto de enseñanza. Esta complejidad la identificamos en algunas sensaciones de los carpinteros al comparar su taller con una escuela, pues se tuvieron que poner en un rol diferente al que les es frecuente al tener que explicarle a la entrevistadora sus modos de hacer, porque las mismas situaciones se los exigían. Si bien ellos conciben que los aprendizajes "no se dan de un día para el otro y llevan años" y que "hay que tener en cuenta los conocimientos previos del alumno a la hora de explicarle", buscaron estrategias ajustadas en un tiempo reducido al habitual. Desarrollaron sus modos de hacer mediante combinaciones de palabras y de gestos, tratando de no omitir pasos y utilizando un vocabulario simple y poco técnico, ya que, en sus supuestos, la entrevistadora no disponía de conocimientos previos acerca del trabajo en un taller de carpintería ni con la madera. Ambos tuvieron presente la incertidumbre en las situaciones por la existencia de las preguntas y dudas que ella podía manifestar. Asimismo, explicitaron la importancia de la escritura de los procedimientos de fabricación para luego explicarlos y realizarlos. Reparamos en sus expresiones:

"Por lo general los procedimientos de la fabricación de algo se escriben y después se realizan. Y cuando uno está explicando sobre la marcha, está trabajando, cortando con alguna máquina, y vos tenés que hacer alguna pregunta... qué sé yo... siempre se pasa algo de largo. No es lo mismo explicarle a alguien que no sabe nada, que está de cero, a explicarle todo un proceso a alguien que la construcción de las unidades de medida está estrechamente sabe medir, que sabe cortar madera...".

"Cuando vos vas a la escuela es el día a día, vas avanzando en cuanto a la aplicación de algo que te dice el profesor, pero acá fue todo en un día. O sea, y hacés todo junto al mismo tiempo viste por ahí medio medio, o sea, no prestás más atención a lo que estás haciendo que a lo mejor en buscar alguna palabra para que vos entiendas y medio se complica un poquito, pero bueno, está bien".

"Claro, no es lo mismo tener una persona como alumno, que vos no le podés explicar todo el proceso de una fabricación de algo. Te lleva todo un año, ponele, para que aprenda bien. O varios años".

"Para el caso cuando uno no sabe algo, lleva su tiempo aprender. Porque tenés mañas, tenés un montón de cosas en una mano de obra, en un trabajo. Así que muchas cosas que uno no sabe que va aprendiendo, siempre requieren de años de experiencia. Para formar un tipo de cero, capaz que estás cinco o seis años. Hasta que agarra bien todo, capta todo lo que le enseñan o lo que aprende. Cada cosa lleva mucho tiempo. Requerir elementos para hacer el trabajo también, porque bueno, no podés estar con un serrucho y un martillo. Tenés que usar un montón de herramientas, cada una tiene su utilidad y en qué momento se usa".

La responsabilidad o tarea de reconstruir en un contexto escolar los saberes provenientes y reconstruidos de contextos laborales no debe ser delegada en su totalidad a los docentes. Requiere de un trabajo de indagación articulado con quienes son actores e integrantes de esos espacios laborales y de procesos de diálogo entre saberes matemáticos a enseñar y contextos extraescolares, para adoptar de sentido a esos saberes. Esas reconstrucciones demandan de un conocimiento de los contextos laborales: de los usos de los saberes y de los modos de producción y de validación en esos contextos. Es decir, se deben generar condiciones de sistematización en el marco de una investigación en la cual los procesos de validación de las interpretaciones sean dialogados con quienes integran esas comunidades de práctica, en este caso la comunidad de los carpinteros.

Esta experiencia compartida incidió en mi posición como Matemática permitiéndome reconocer qué conocimientos matemáticos y modos de transmisión están implicados en las tareas y sub-tareas que los carpinteros desarrollaron al abrirnos el espacio de su taller, sus saberes y sus modos de hacer. Asimismo, me cuestioné y aprendí relaciones entre conceptos y aspectos de los conceptos que no conocía, sobre el uso de los mismos en situaciones cotidianas para el trabajo con la madera. Es decir, respecto de cómo vive la medición particularmente en su taller, sobre qué lugar le dan a los cálculos, a los redondeos, a las estimaciones, al uso de herramientas e instrumentos de medición, a cómo aprenden entre ellos y a los conocimientos que aprendieron en la escuela y al sentido que les dan en su lugar de trabajo. Como mencioné, no solamente pude precisar y aprender cómo viven los conocimientos matemáticos en su taller, sino también logré identificar y analizar los modos de transmisión de los carpinteros, al reconocer e interpretar qué y cómo se enseñan y aprenden entre ellos y de qué manera desarrollan sus explicaciones frente a ciertas demandas que les hice.

Estas vivencias y experiencias me permitieron cuestionar los saberes didácticos que disponía vinculados a la TAD y al "modelo praxeológico extendido", profundizarlos y obtener una mayor apropiación del sentido de esos saberes. Estos hallazgos creo que colaboran con algunas respuestas frente a necesidades sociales que demandan que en la escuela se aprenda a estimar y a medir efectivamente. También, me ayudan a reparar y detenerme en algunas preguntas que suelen hacer los estudiantes en la escuela sobre la utilidad y aplicación de los conocimientos matemáticos en "la vida cotidiana", como si ésta fuera una sola. Considero entonces desde esta indagación que hay que potenciar el uso de los conocimientos matemáticos vinculados a los contextos de uso para mejorar en la escuela las condiciones de enseñanza y de aprendizaje acerca de las mediciones. Fortalecer estos procesos de contextualización es una tarea posible pero altamente compleja. Esta tarea necesariamente requiere de un trabajo compartido, de mucha voluntad, dedicación y tiempo de búsqueda, indagación e investigación de saberes entre actores (especialistas en los oficios e investigadores) que promuevan, coordinen e implementen este tipo de políticas educativas.

Referencias

- Arcavi, Abraham. (2006). Lo cotidiano y lo académico en matemáticas. Revista Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 63, 3-23. https://scpmluisbalbuena.org/revista_numeros/063/
- Chevallard, Yves, Bosch, Marianna, Gascón, Josep. (1997) Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona: Instituto de Ciencias de la Educación-Editorial Horsori.
- Kula, Witold. (1998). Las medidas y los hombres. México DF: Siglo XXI Editores.
- Lamarque, María Laura (2024) Una indagación en un taller de carpintería: desafíos metodológicos de reconstrucción de prácticas de medición.

 Tesis de Especialización. La Plata (Argentina): Facultad de Hu-



- manidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de la Plata. http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/167483
- Solares, Diana. (2012). Conocimientos matemáticos en situaciones extraescolares. Análisis de un caso en el contexto de los niños y niñas jornaleros migrantes. Educación matemática, 24(1), 5-33.
- Solares, Diana y Block, David. (2021). Mujeres que leen, escriben y calculan para participar en la economía familiar y local. Avances de Investigación en Educación Matemática, 19, 55-70. https://doi. org/10.35763/aiem.v0i19.396
- Solares Pineda, Diana, Solares, Armando y Padilla, Erika. (2016). La enseñanza de las matemáticas más allá de los salones de clase. Análisis de actividades laborales urbanas y rurales. Educación Matemática, 28 (1), 69-98.



El saber docente en EDJA: una diversidad de sentidos sobre la enseñanza de la matemática

José Nicolás Gerez Cuevas*

Un estudio orientado a comprender la complejidad de la enseñanza

 $E^{\rm n}$ este capítulo presentaremos hallazgos de una investigación sobre la enseñanza de la matemática en escuelas primarias de la modalidad de Educación de Jóvenes y Adultos (EDJA) en Córdoba (Gerez Cuevas, 2020). Buscamos comprender características que definen el trabajo docente en estos escenarios poco indagados por la investigación didáctica. Nuestro objetivo general fue estudiar el modo en que se articulan condiciones institucionales, saberes docentes y prácticas de enseñanza de saberes matemáticos. En este texto compartiremos avances vinculados a uno de sus objetivos específicos: identificar aspectos de los saberes docentes que se manifiestan en procesos de reflexión sobre el trabajo docente.

En este marco, hemos documentado ideas y nociones que forman parte del saber docente construido en el cotidiano escolar en estas instituciones. Estos conocimientos muestran diversos modos en el que los/as maestros/as enfrentan un desafío central para poder desarrollar su trabajo en la modalidad: la divergencia entre las condiciones y restricciones de la enseñanza en EDJA y las de la escuela infantil (referencia principal en los procesos de formación inicial y continua). En este capítulo comunicaremos parte de la reconstrucción que hemos realizado sobre algunos núcleos de sentido puestos en juego por las maestras en la reflexión sobre su trabajo en EDJA.

Para el desarrollo de este estudio, optamos por construir un enfoque teórico multirreferencial para comprender la complejidad de la práctica de enseñanza (Ardoino, 1993). Articulamos una mirada didáctica, a partir de aportes de la teoría antropológica de lo didáctico y de la teoría de las situaciones didácticas, con otras contribuciones teóricas del campo de las ciencias de la educación. Diversos puntos de vista a los que se acudió en este estudio permitieron inscribir esta problemática en una dimensión

^{*} FAMAF, UNC - CONICET / gerez.cuevas@unc.edu.ar

institucional vinculada al marco de las regulaciones propias de la escolaridad (Rockwell, 2009; Robert & Rogalski, 2002; Chevallard & Cirade, 2010). Esto permitió el reconocimiento de nudos problemáticos de la articulación entre saber de la transmisión y práctica docente, en el marco de condiciones específicas de trabajo docente.

Realizamos un estudio en casos (Geertz, 1990) cuyo referente empírico abarcó el trabajo en EDJA de tres maestras. El trabajo de campo fue realizado entre los años 2014 y 2015. Las estrategias metodológicas puestas en juego fueron: entrevistas semiestructuradas, observaciones de clases e indagación documental. La primera de ellas consistió en el desarrollo de diálogos con cada una de las docentes en el espacio de trabajo, antes o después de clases. Estas se espaciaron en un período de entre cinco y nueve meses, y fueron registradas en audio. Recuperando la distinción entre entrevista extensiva e intensiva de Morin (1994 citado en Achilli, 2005), las características de estos diálogos resultan más próximas al segundo de estos polos, ya que su grado de apertura era bastante alto, con el fin de recuperar los sentidos que estas docentes atribuían a su trabajo en EDJA. Los intercambios excedieron la temática específica de la enseñanza de las matemáticas y abarcaron cuestiones vinculadas a su trayectoria profesional y el trabajo docente en la modalidad.

Un modo de mirar el saber docente

Conceptualizamos la actividad docente como una práctica social compleja, evitando explicarla únicamente desde su adaptación o desajuste a constructos teóricos predefinidos. Compartimos una orientación similar a las precauciones manifestadas por Olson (1992 citado en Mercado, 2002) sobre el abordaje de la práctica docente desde la investigación:

Esta línea de pensamiento nos permite concentrarnos tanto en lo que los maestros hacen como en lo que dicen acerca de lo que hacen y ser cuidadosos sobre cómo juzgamos su trabajo en total. Sería peligroso, por ejemplo, forzar alguna teoría sobre cómo los maestros hacen lo que hacen y lanzarnos a buscar evidencia de dicha teoría en acción. Podríamos terminar por proponer que los maestros resultan hacer lo que la teoría dice y solamente estaríamos afirmando que ellos lo hacen en referencia a la norma oculta levantada por la teoría. (p.38)

Asimismo, desde los estudios del denominado "doble enfoque ergonómico-didáctico" (Robert, 2008; Robert & Rogalski, 2002) se reconoce la predominancia en el campo de la educación matemática de una mirada sobre las prácticas docentes realizada desde la perspectiva de los alumnos/as, es decir en torno al modo en que contribuyen (o restringen) a la estructuración de su actividad matemática. En cambio, una vía de ampliación emerge a partir del reconocimiento de que las prácticas docentes son el producto de un trabajo que tiene su propia coherencia y no puede reducirse en el análisis solo a una relación con los aprendizajes potenciales de los alumnos/as.

Para tomar en cuenta de un modo explícito el trabajo real del docente, en este estudio nos apoyamos fundamentalmente en los aportes de la etnografía educativa latinoamericana y su conocimiento acumulado sobre el trabajo docente, y en particular sobre las características del saber docente (Ezpeleta, 1992; Mercado, 1991; Rockwell, 2009; Rockwell & Mercado, 1988). Reconocemos la potencia del análisis etnográfico para la reconstrucción de los sentidos propios que los sujetos construyen sobre las prácticas que ejercen. Según Rockwell (2009), la etnografía, en su búsqueda de documentación del conocimiento local, puede acercarse al saber docente sin la mirada prescriptiva de los discursos académicos que la autora engloba como saberes pedagógicos.

Una noción central que sustenta el modo de estudiar el trabajo docente en esta tradición de investigación es la idea de *sujeto entero* de Agnes Heller recuperada por Ezpeleta (1992), y consistente en considerarlo como persona conformada a través de diversas relaciones sociales y comprometida con diversos (y no siempre coherentes) referentes normativos. Esto supone reconocer al docente no sólo en su papel de maestro portador y transmisor de valores y conocimientos, sino también como persona que organiza su propia vida y trabajo dentro de las posibilidades que brindan las condiciones materiales de cada escuela (Rockwell & Mercado, 1988).

Particularmente, se reconoce que en el proceso mismo del trabajo se construye un *saber docente* como un conocimiento local integrado a la práctica (Rockwell, 2009). En la propia resolución del trabajo diario y en la necesaria reflexión continua que éste impone, cada docente se apropia selectivamente de saberes y de prácticas para sobrevivir y poder realizar las tareas implicadas en esta labor. Esta noción de saber remite al "...conocimiento sobre la realidad que utilizamos de un modo efectivo en la vida

cotidiana del modo más heterogéneo (como guía para las acciones, como tema de conversación, etcétera)." (Heller en Mercado, 1991, p. 13) Al respecto, Rockwell (2009) precisa la noción de saber docente:

Al plantear que cualquier maestro posee un saber docente no pretendo calificar este saber, sino señalar la dimensión de conocimiento local integrada a cualquier práctica [...]. El saber docente corresponde a la práctica de la enseñanza, pero incluye también los demás conocimientos que requiere el trabajo de maestro [...]. Estos saberes, marcados por la pequeña historia de cada escuela, son utilizados por los maestros en su práctica diaria y adquieren sentido dentro del contexto de cada aula. Constituyen una matriz que reelabora la formación inicial y continua de los maestros y las disposiciones oficiales que llegan a la escuela. (pp. 27-28)

Como plantea Rockwell, el saber docente rara vez se documenta y por lo tanto la etnografía ofrece una manera de hacerlo visible y audible. Se expresa en aquellos momentos en que los/as profesores/as comparten una reflexión sobre su quehacer. Por ello, puede proporcionar una versión de esa reflexión docente y un acercamiento a aspectos del quehacer diario que no siempre se enuncian en el discurso cotidiano de las/os maestras/os, ni se encuentran codificados necesariamente en la pedagogía. Con esta orientación realizamos las entrevistas semiestructuradas con las maestras de nuestro referente empírico.

La resolución cotidiana de qué enseñar y cómo hacerlo supone no sólo la reproducción, sino la integración y generación de conocimiento por parte de quienes ejercen ese trabajo (Rockwell & Mercado, 1988). El reconocimiento de esta dimensión local, de la construcción de saberes a nivel de cada escuela y cada docente, no significa concebirlo a éste de modo aislado o por oposición a los procesos sociales globales. Por el contrario, este conocimiento local se construye en la relación entre las biografías particulares de las/os maestras/os y la historia social e institucional que les toca vivir. Es en tal sentido que se puede afirmar que el saber docente no es individual, ya que no remite sólo al ámbito de la experiencia particular, sino que también se constituye en un producto colectivo. Como afirma Mercado (1991), los saberes son compartidos no sólo en términos del presente, sino de que en ellos hay huellas de prácticas provenientes

de otros espacios sociales y momentos históricos que se actualizan en la práctica de cada profesor:

Así, lo que hacen y dicen los maestros sobre su enseñanza no puede verse solamente desde una perspectiva individual, sino que, a la manera como Bajhtin concibe el carácter plurilingüe del lenguaje, así también son históricas y colectivas las percepciones que los maestros expresan acerca de su trabajo y las acciones que emprenden al realizarlo. [...] lo que interesa destacar es el carácter colectivo, en tanto histórico, y por ello dialógico, de los saberes docentes. (p. 15)

Entre los saberes sociales de los que se apropian las/os docentes se pueden distinguir los que Rockwell (2009) denomina como saberes pedagógicos. Estos refieren a las elaboraciones académicas cuyas funciones abarcan tanto la definición de los fines de la educación como dar respuesta práctica a los problemas de enseñanza, recomendar qué hacer para mejorar la calidad de la educación, diseñar la estructura ideal de contenidos y métodos o bien evaluar prácticas y resultados. Este saber pedagógico se expresa en documentos, en libros, en espacios académicos e institucionales no necesariamente vinculados a la docencia. De todos modos, se reconoce que las/os maestras/os integran recursos pedagógicos diversos de manera selectiva a lo largo de sus vidas, por ende algunos aspectos de los saberes pedagógicos conforman también el saber docente.

En tanto la apropiación y la participación en las prácticas sociales no son momentos diferenciados sino aspectos de un mismo proceso (Espinosa Tavera & Mercado, 2008), es en la propia resolución del quehacer cotidiano que las/os docentes resignifican experiencias y saberes de origen histórico diverso. Esto supone concebir la apropiación de nuevas propuestas pedagógicas como un proceso que tiene lugar en el contexto de su uso para la realización cotidiana de la enseñanza, comprendiendo que dichas propuestas son transformadas en su aplicación. Así, las/os docentes producen los saberes prácticos necesarios para hacer de los nuevos recursos herramientas para realizar su trabajo.

Como hemos anticipado, el insumo empírico fundamental de este capítulo es el contenido de las entrevistas semiestructuradas realizadas con las tres maestras. Para su análisis nos interesa recuperar lo planteado por Mercado (1991), a partir de una visión dialógica sobre la constitución de los saberes docentes y de los enunciados que pronuncian acerca de la enseñanza:

Esta visión está basada en los desarrollos teóricos de Bajhtin acerca de la dialogicidad de la palabra y de los enunciados expresados por los hablantes (1989). Tomo como base las ideas de Bajhtin acerca de que "la orientación dialógica" es una característica de toda palabra ya que ésta siempre se está encontrando con la "palabra ajena", además de que "nuestra habla se ve sobrecargada de palabras ajenas" (Bajhtin, 1989:96). Dichas percepciones son el resultado de construcciones sociales, históricas, ya que presentan huellas de acciones y líneas de pensamiento provenientes de distintas épocas y ámbitos sociales con las cuales las propias percepciones del sujeto individual dialogan. (pp. 36-37)

Es decir, en estos escenarios de entrevistas, se pusieron en juego distintas expresiones sobre la enseñanza y el trabajo docente en general, que entendemos provistos de cierta ambigüedad debido al carácter necesariamente polifónico de la palabra. Esto da cuenta de lo planteado por Tardif (2004) en cuanto a definir"...el saber docente como un saber plural, formado por una amalgama más o menos coherente, de saberes procedentes de la formación profesional y disciplinarios, curriculares y experienciales" (p.29). Es decir que en tanto articula saberes de distintos orígenes y experiencias no implica necesariamente la conformación de una concepción libre de contradicciones.

Por ello nos interesa analizar los discursos a partir de los cuales las maestras reflexionan sobre su trabajo, es decir, el modo en que redefinen la tarea docente prescripta en los discursos de regulación de su trabajo. Este análisis implica desordenar el discurso para reorganizarlo de forma analítica. Es decir, es necesario interpretar la palabra ajena para avanzar en un análisis teórico del objeto. Explicitamos que no hablamos de concepciones, ya que nos interesa no evitar el carácter ambiguo y contradictorio que pueden asumir estos saberes, resaltando su naturaleza social.

En nuestro estudio, hemos elaborado tres ejes para organizar la documentación del saber docente: uno relacionado con los sentidos atribuidos a la escuela en la modalidad de jóvenes y adultos, otro centrado en la enseñanza, el aprendizaje y sus condiciones y otro en relación con la matemática y su enseñanza. En este capítulo, presentaremos lo desarrollado en

el marco del último de estos ejes, que reúne una diversidad de cuestiones expresadas en las entrevistas específicamente vinculadas al modo de entender las matemáticas y cómo se concretan algunas cuestiones planteadas en los ejes anteriores en relación a la enseñanza de esta disciplina. Dada la diversidad de perspectivas presentes en cada una de las maestras, nos interesa diferenciar algunos aspectos de cada uno de los tres casos. En tal sentido, buscamos transmitir nuestra orientación de no escindir la voz de las maestras de las condiciones institucionales específicas de trabajo docente.

Saberes en el trabajo docente de María en la Escuela Nocturna Ceferino Namuncurá

María inició en el año 2009 su trabajo en la modalidad de EDJA en la institución en la que trabajaba durante el desarrollo de nuestro trabajo de campo: la Escuela Nocturna Ceferino Namuncurá situada en una localidad del interior provincial. Además, se desempeñaba a la mañana en una escuela infantil en condición de suplente luego de 11 años de ejercicio.

Las escuelas nocturnas, de origen provincial, surgieron a fines del siglo XIX y presentan una estructura organizacional con un/a director/a y docentes por ciclo y maestros/as de ramos especiales (docentes de música, teatro y educación física) (Lorenzatti, 2005). Las clases se dictan de lunes a viernes en modalidad presencial y el turno es vespertino; el nombre de los establecimientos solo alude al turno utilizado en la fundación de estas instituciones. Una característica de esta institución que se contrapone con los otros dos casos indagados, es que existía en dicho establecimiento un cargo de dirección exclusivo de la primaria de la modalidad de EDJA. Asistían a este espacio una decena de estudiantes, en su mayoría mujeres mayores a 50 años. Como en otras instituciones de la modalidad, la asistencia de las/os estudiantes no era diaria, sino discontinua. Entre ambas maestras se repartían la tarea de enseñanza de las disciplinas escolares: María se encargaba de Matemática y Ciencias Naturales, y la directora de Lengua y Ciencias Sociales. Cada una de ellas tenía la responsabilidad de enseñanza a todo el grupo de estudiantes, en momentos diferenciados y participan auxiliando en las clases de su colega.

Un aspecto que da cuenta de las condiciones propias del trabajo docente en EDJA es la cuestión de la presión por el sostenimiento de la matrícula. Esto llevaba a la docente a desarrollar actividades no directamente vinculadas con el trabajo pedagógico, sino a la promoción y la difusión del servicio educativo de la modalidad en la comunidad local. Esto implicaba una ampliación del trabajo docente a tareas que forman parte de lo que Achilli (1988) denomina como práctica docente, abarcando así aquellos aspectos del trabajo que exceden la práctica pedagógica:

En su reflexión sobre su trabajo docente en la EDJA, María mostraba que se había apropiado de discursos y concepciones diversas. Estas expresiones articulaban tanto saberes provenientes de la tradición compensatoria en la modalidad, como enunciados que daban cuenta de una resignificación de tradiciones próximas a una perspectiva dialógica y de reconocimiento de los saberes del sujeto. También se pusieron en juego nociones y prácticas que tienen su origen en la escolaridad infantil.

Por una parte, la docente expresaba significaciones propias de una noción de alumno adulto como "persona necesitada de contención" (Rojas, 2013), en tanto reproducían la idea de insuficiencias supuestas de los sujetos para participar en prácticas de los contextos de la vida cotidiana. La escuela así debiera ayudar a superar dichas limitaciones y promover maneras correctas de enfrentarse a la vida. Como insuficiencias asignadas a los sujetos, la docente destacaba cuestiones afectivas vinculadas con la expresión subjetiva de la pobreza a través de la baja autoestima y la vergüenza que expresarían los adultos no escolarizados. Además, valoraba fuertemente el espacio de la escuela como un ámbito de socialización de los sujetos, en el que se disfruta, se comparte y se conversa.

Por otra parte, la docente resignificaba una perspectiva dialógica sobre el sentido de la escolaridad en EDJA que apuntaba a la necesidad de construir una mirada positiva sobre las capacidades de las/os estudiantes y a valorar el saber de los sujetos construido en su cotidiano. Como una expresión de estas ideas, la docente expresó cierta desautorización de su lugar en la trasmisión de saberes: "Ya saben todo. ¿Qué les voy a enseñar yo que soy más joven?" También ella destacaba su preocupación por cuestionarse algunos gestos de enseñanza que interpretaba como de infantilización de la enseñanza.

La búsqueda de mejorar la autoestima para el aprendizaje de la matemática

La docente vinculaba el aprendizaje de la matemática con la necesidad de mejorar la autoestima y enfrentar la ansiedad al realizar ciertas tareas. Por ello, consideraba que la actividad de enseñanza debía apuntar a generar confianza en las propias posibilidades. Como ejemplo de ello, valoraba como una cuestión central el logro de "agarrar coraje" con la matemática de una estudiante cuyo interés se centraba en acompañar la escolaridad de su hijo en primer grado:

Silvia ya avanzó un montón, como que empezó a recordar lo que ella sabía. Entonces ya vamos avanzando mucho. Pero comprende esto de porqué los dieces, cómo llegamos al 10, las sumitas de 8 más 2, todas las sumas que dan 10 para que ella pueda explicárselo a su nene. [...] Como que a ella le ayudó poder entender para poder explicárselo al resto. Está bueno porque ella se siente segura, antes a lo mejor, comentaba ella, con sus hijas grandes no pudo hacerlo, hay cosas que no entendía y hay cosas que ahora sí puede entender, y puede ir ayudándole. [...] Entonces como que ya agarró ese coraje que le hacía falta de decir "¡Sí sé!". Levantar esa autoestima. (CasoM-Entrevista6)

La maestra ponía en juego una mirada sobre el papel de la escuela en validar los saberes matemáticos construidos con el objetivo de que las/os estudiantes "adquieran seguridad". En relación al sentido que la docente le daba a esta validación, María relató una experiencia vinculada a las prácticas de numeracidad de su padre quien, gracias a su maestría en el cálculo mental, podía resolver ciertas tareas escolares que estaban organizadas con la expectativa de poner otras técnicas en juego. De este modo reconocía que los sujetos desarrollan saberes ligados al cálculo mental sin haber sido esto objeto de la escolarización. La maestra mencionó también la cuestión de la justificación de las técnicas de cálculo, es decir lo que desde la TAD se nomina como la construcción de un discurso tecnológico, aunque no hemos documentado su estudio en las clases que hemos observado:

María: Mi papá me ayudaba un montón cuando [abordaba] los problemas de la escuela que tenía que calcular superficie. Él era albañil. Tenía hasta

segundo grado, no terminó su primaria. Pero el resolvía los problemas, mentalmente, y le daba el resultado. El tema es que él no sabía hacer los pasos que te piden para poder resolverlo. Pero sin embargo el cálculo él me lo hacía bien y rápido. Entonces ellos también pueden resolver esas situaciones y el cálculo le va a dar para llegar a un resultado que sea exacto. Pero tienen que saber cómo llegaron a eso y por qué es necesario llegar a eso. Entonces van a tener que hacer ciertos pasos para poder llegar al resultado.

Entrevistador: [...] lo que la escuela lo que le aportaría es...

María: ...esa seguridad de decir: "Esto sé, pero por qué lo sé." Fundamentar ellos desde lo lógico-matemático que esto se hace de tal manera. (CasoM-Entrevista5)

La docente expresó que en la enseñanza de las operaciones suele contextualizar las tareas en temáticas de interés emergentes de la clase (Gerez Cuevas, 2021). Entre uno de los contextos que se planteaban, se destacó particularmente el uso del cajero automático como práctica de numeracidad de dominio no escolar. Este artefacto aparece mencionado en el diseño curricular de la modalidad, como parte de las expectativas de logro de los tres niveles pautados¹. María relacionaba el trabajo con este dispositivo con el sentido general que le daba a la educación de jóvenes y adultos, ya que apuntaba a que las/os estudiantes pudiesen superar el miedo a su uso, y como contexto en el marco del cual plantear situaciones problemáticas:

¹ En las expectativas de logro de la etapa de alfabetización matemática: "Al finalizar el peñodo de alfabetización es muy posible que las personas ejecuten sólo algunos cálculos escritos según las convenciones escolares. Proponemos que ese proceso de apropiación se enriquezca además con: - el aprendizaje de algoritmos básicos en la vida cotidiana, como los necesarios para utilizar un teléfono público o un cajero automático..." (MEPC, 2008, pp. 41-42). En las expectativas de logro para los módulos 1 y 2: "...se espera que el alumno se aproxime a: [...] -utilizar cajeros automáticos para hacer operaciones básicas (consulta de saldos, extracciones) ..." (MEPC, 2008, p. 68). En las expectativas de logro para los módulos 3 y 4: "Al finalizar los módulos 3 y 4, es deseable que la persona pueda: [...] - interpretar y decidir en consecuencia, la información para interactuar con cajeros automáticos, teléfonos, etc." (MEPC, 2008, p.71)



Entonces bueno, es una manera de que ellos puedan también desenvolverse, el hecho de usar el cajero, que ellos tienen terror de usar el cajero, porque tenés miedo. A mí también me pasa que tengo miedo que se me quede la tarjeta. Y bueno, si se me queda la tarjeta vendré mañana y la reclamaré. Pero darles herramientas para que ellas se sientan seguras que ellas pueden hacer ciertas cosas y que no busquen a otras personas, que muchas veces ha pasado que hijos, nietos, sobrinos, les sacan el dinero y ellos no sabían. "No tengo plata." "¿No tenés plata?" "No sé qué me paso, me estafaron." "Vamos y veamos." Ahí veíamos que sí, habían retirado plata, y bueno… (CasoM-Entrevista5)

El hecho de trabajar con el cajero, además de saber el número, cuánto es lo que tenés disponible, cuánto es el saldo que te queda. [...] También lo hemos usado, enseñamos los pasos, para sacar. Incluso mostramos un recibo, y cuánto era lo que tenía, lo que extrajo y lo que le quedó. Es otra forma de poder enseñar las operaciones. ¿Qué saldo es el que tiene...? Fijarse los datos, sobre todo en matemática. Hay muchos datos que te sirven a la hora de... Las fechas, la cantidad, lo que sacaste, entonces ahí hay varias actividades que se pueden hacer. (CasoM-Entrevista2)

La enseñanza directa de algoritmos estándares y de las tablas de multiplicación

María enseñaba las técnicas algorítmicas convencionales de las operaciones por transmisión directa. Como la complejidad de estas favorece perder el sentido de las sub-tareas que la componen, una mediación oral habitual que realizaba era reproducir discursos escolares clásicos como "pedir prestado", o el recurrir a ejemplos sobre caramelos. La docente asignaba a las/os estudiantes un problema de aprendizaje al no lograr recordar este discurso repetido. Esto lo planteó como una diferencia con la enseñanza infantil ya que, según su percepción, los chicos memorizan más rápidamente las técnicas:

Pero por lo general tienen esa duda de decir: "En la resta, tengo que pedir, ¿puedo quitarle a un número más chico un número más grande?" Siempre hay que plantear esa situación. [...] "Recuerden que si yo no les puedo quitar, hemos visto esto del minuendo del sustraendo, al sustraendo, que

siempre tiene que ser mayor el que está arriba, entonces fíjense qué es lo que vamos a restar. Si yo tengo cinco caramelos no me puedo comer ocho." Ahí hacemos la relación. "¿Que tenemos que hacer?" "Y... le pedimos al vecino." "¿Y si el vecino no tiene?" "Seguimos pidiendo." [...] Esa parte siempre cuesta. No sé por qué, pero todos los años pasa eso. Cuesta eso de hacer esa relación. [...] Pero [en la escuela infantil] eso vos lo hacés una o dos veces y después ya lo entienden. Con adultos es como que hay que repetirlos varias veces. Varias veces y siempre tenés que recordar eso. (CasoM-Entrevista5)

Esta problemática de enseñanza de los algoritmos estandarizados de cálculo también aparecía en relación a las divisiones. Aquí también se puso en juego una estrategia de insistencia en la transmisión directa:

Las divisiones son lo que más cuesta. [...] cuesta enseñarlas para que ellos la puedan comprender. Vos decís la planteás como una situación problemática, pero el hecho de después resolverlas les cuesta muchísimo [...] Porque todos los años la tenemos que volver a ver y empezar desde el principio, volver a retomar, volver a explicar de todas las maneras posibles hasta que ellas pueden llegar a entender una y la resuelven. (CasoM-Entrevista2)

En relación al modo en que reflexionaba sobre los aprendizajes, la maestra daba cuenta de la apropiación de una concepción que valora la insistencia y la repetición. O sea, desde su punto de vista, una buena enseñanza implicaría la flexibilidad para volver a explicar desde distintos ángulos:

Si vos lo diste hoy y mañana lo volvés a ver capaz que mañana ya no se acuerdan. Tenés que volver a hacérselo recordar. (CasoM-Entrevista3)

De todas formas está bueno volver a explicarlo porque ellos hay cosas que a lo mejor no lo comprendieron en un momento que ahora lo entienden. Porque han entendido una parte, pero siempre queda algo que no entienden, que vos le preguntás te dicen que sí al momento de explicarlo, vos ves que cuesta. Nos faltó algo y vos volvés a retomar el tema, es como que ahí queda claro para muchos. El que recién lo vio, bueno va a volver a haber

otra instancia donde vamos a volver a retomarlo, explicarlo a lo mejor de otra manera para que puedan volver a comprender. Entonces ahí se van sacando todas las dudas. (CasoC-Entevista5).

Un conocimiento que la docente valoraba fuertemente era el aprendizaje de las tablas de multiplicar. Además, afirmó que en general es un saber que las/os estudiantes han logrado construir. Esto además era interpretado como una importante ventaja de las personas adultas en comparación con las posibilidades de los/as niños/as. Así consideraba que debiera ser más fácil para las/os alumnas/os el aprendizaje de la división porque "se saben las tablas".

Y lo que quieren aprender son las divisiones como se las enseñamos ahora a los chicos. Porque dicen: "Mi nieto va y yo no sé...". Con resta, cómo la hacés. Pero ellas se saben las tablas. Los chicos no. Les digo: "Ustedes la ventaja que tienen es que se saben las tablas". No todas, hay algunas que les cuesta. Pero algunas se saben las tablas hasta mejor que yo. Y vos no lo podés creer. (CasoM-Entrevista2)

Desde su punto de vista, esto sería diferente en la educación infantil, ya que es un saber jerarquizado que no logra ser aprendido regularmente, y delegaba la responsabilidad de esta dificultad al exterior de la escuela. Ante esto, valoraba fuertemente la práctica repetida como tarea extraescolar para evitar el fracaso en otros aprendizajes:

Siempre tenés alguno que patina. Hay varios que patinan. Porque no hay práctica en la casa, la tarea diaria, el sentarse dos horas, por lo menos una hora a estudiar, a practicar las tablas. Si vos no tenés eso en la casa, en la escuela se hace lo que se puede, por más que vos decís, la repetís como loro, las practicás a las tablas y tenés la tabla pitagórica ahí. Si él no agarró la tabla nunca en su casa para decir: "Cinco por cinco es 25", no lo va a aprender. Cuesta. (CasoM-Entrevista3)

Saberes en el trabajo docente de Daniela en el CENPA Calfucurá

Durante el trabajo de campo, Daniela estaba desarrollando sus primeras experiencias como docente en la modalidad en el Centro Educativo de

Nivel Primario de Adultos (CENPA) Cafulcurá, al que había ingresado en los últimos meses del ciclo anterior. Como otros docentes en EDJA, Daniela se desempeñaba en doble turno, ya que trabajaba por la mañana en una escuela de gestión pública en un barrio periférico de la ciudad de Córdoba. Contaba con un muy largo recorrido de experiencia en la escolaridad infantil: 23 años.

El turno del CENPA era vespertino, y compartía el horario con la escuela infantil. El espacio asignado consistía en aulas en una zona posterior del edificio escolar por la que no circulaban las/os niñas/os. Este Centro estaba situado en un barrio en el que habita una comunidad importante de migrantes, lo que sostenía una alta demanda efectiva de escolarización en este centro educativo en comparación con la mayoría de las instituciones de la modalidad. Por ello, contaba con varios docentes que atendían al grupo de estudiantes, lo que les permitía dividir el trabajo de enseñanza por ciclos, armando grupos diferentes para alfabetización, primer ciclo (etapas 1 y 2) y segundo ciclo (etapas 3 y 4), y también con una docente a cargo del Programa FINES. Particularmente Daniela atendía al primer grupo y en el ciclo anterior se había desempeñado con el grupo de segundo ciclo.

La trayectoria de Daniela como docente en la modalidad era más corta que la de María y Cecilia, y en su formación inicial y continua no había tenido un vínculo específico con la EDJA. Por ello, los saberes que ponía en juego en su reflexión sobre su trabajo docente en la EDJA se vinculaban más directamente con las tradiciones de enseñanza vigentes en la escuela infantil. Daniela valoraba fuertemente estos saberes construidos en las experiencias de trabajo en su trayectoria como maestra, como herramientas con las que contaba para enfrentar la incertidumbre que le generaba el trabajo en la modalidad.

En relación al sentido de la escolaridad de EDJA, explicitaba una noción corriente en los ámbitos escolares del sistema regular en contextos de pobreza, como la idea de "dar posibilidades" y valorar el esfuerzo de "poder superarse". A diferencia de las otras docentes, quienes cuestionaban en diferente medida la pertinencia de ciertos aspectos de la escolaridad regular, Daniela valoraba la necesidad de garantizar el aprendizaje de los saberes escolares, desde el punto de vista de sostener trayectorias educativas futuras. La maestra interpretaba que la vulnerabilidad de la situación social del grupo de estudiantes demandaba un proceso de escolarización rápido.

Desde su preocupación por garantizar los aprendizajes escolares, cuestionaba saberes pedagógicos vinculados a la necesidad de adaptación de los ritmos de enseñanza a los tiempos personales de aprendizaje.

Según era reconocido en el proyecto escolar, los/as estudiantes no poseían trabajos estables, lo que traía como consecuencia el ausentismo ante trabajos temporarios. La irregularidad de la asistencia de las/os alumnas/ os se manifestaba recurrentemente con preocupación en la voz de la docente, debido a que esto restringía el tiempo disponible para desplegar prácticas de enseñanza de los saberes escolares:

Mirá lo que me dijo Roberta: "Seño, si dos días vengo y me dictás rápido y mucho, yo lo aprendo y no lo olvido más." Eso: "si yo vengo dos días", está reconociendo la ausencia de ella de dos días continuados. ¡Lo bien que le harían! Ella viene un día, al otro día no, viene dos días, recién vuelve la semana que viene... Entonces, es como re-empezar cada vez. (CasoD-Entrevista4)

¡Es complejo! Y como son adultas no les puedo exigir: "¡Mañana venís o venís!". Es un nudo grande a resolver. (CasoD-Entrevista4)

Además, las obligaciones de las actividades domésticas también implicaban que el tiempo en que estaban en la escuela era casi el único disponible para el estudio. Así, expresaba que, aunque las/os alumnas/os le demandaban a la docente que ella les diseñara actividades para ser resueltas en el hogar, como "tarea escolar", en realidad las obligaciones domésticas que atravesaban la realidad de las/os alumnas/os les imposibilitaban poder realizarlas:

Y me piden tarea, les doy tarea, pero no pueden, no la hacen. Y después se disculpan: "No la pude hacer. Tuve que cocinar, tuve que lavar...". (CasoD-Entrevista2)

Esta urgencia en relación a optimizar los tiempos escasos para la enseñanza se tensionaba con una característica singular de la institución. Allí se organizaban distintos talleres promoviendo una dinámica de participación en diversas actividades escolares. Eso se vinculaba con que el proyecto institucional del CENPA se estructuraba en torno a la educación

intercultural y de vinculación con otras instituciones de la comunidad. Esta organización en talleres diversos era percibida por Daniela como un factor que agudizaba la restricción del tiempo disponible para la enseñanza de saberes escolares:

Se diluye el tiempo. A mí me desespera. [...] Vos ponete de este lado como profesor con estos cinco días. Con este horario, con todas estas actividades. [...] Y tenés la carga de contenidos que debés abordar, que debés promoverlos y que ellas deben poder acceder a esto. El tiempo pasa. (CasoD-Entrevista1)

Así se constituía una tensión entre la formación en talleres y la enseñanza "escolar". Aunque la docente los reconocía como espacios formativos que integraban saberes disciplinares, destacaba sus limitaciones debido a la dificultad para profundizar el estudio de objetos de saber específicos.

Perspectivas escolares sobre la enseñanza de la matemática

Daniela describió de modo general, algunas experiencias de enseñanza de la matemática que parecieran dar cuenta de modos sostenidos en la construcción colectiva de los saberes. Es decir, reprodujo algunos gestos de una tradición escolar vinculada en la enseñanza de la matemática que podríamos denominar como "constructivista", que es promovida desde las políticas de desarrollo curricular en la escolaridad común:

Lo que ellos me van diciendo lo escribo, en cualquier borrador lo escribo. Después lo escribo en el pizarrón. "Entonces tengo los dos 48 pero lo de arriba no me dice lo mismo. Entonces, ¿cómo llegué al 48 en el caso de esta chica y cómo llegué en este caso? Porque ella pensó así, y ella así. ¿Lo de ella está mal? ¿O las dos están bien?" Ese trabajo, esa es la pregunta que yo permanentemente hago. "¿Y quién lo hizo bien? ¿Y quién lo hizo mal? ¿Lo hicimos bien los dos? ¿Lo hicimos mal los dos? ¿Y quién tiene razón?" [...] Y yo creo que tenés que enseñar así, después de haber trabajado lo otro. De haber aceptado el procedimiento de uno, de otro y de otro. (CasoD-Entrevista5)

En relación con el trabajo que proponía para estudiar las operaciones, se destacaba cierta convivencia de dos modos contrapuestos. Por una parte, la docente mencionó episodios donde se trabaja en torno a procedimientos personales de cálculo. Un ejemplo fue una actividad que simulaba una compra en un local comercial mediante el pago de dos cuotas iguales y en la que se pedía calcular el valor de una cuota para diversos montos. Daniela reconstruyó una técnica de cálculo mental bastante compleja que usó una estudiante para calcular la mitad de \$192, que fue descripta por la docente como "maravillosa". Dicha técnica se asienta en la propiedad distributiva de la división respecto a la suma y las propiedades del sistema de numeración decimal:

Y había un 192 al final. Las dejé solitas. Para ver adónde íbamos, como solucionábamos eso, cómo lo podíamos pensar. Y dos lo resolvieron por distintos caminos. Y Paula [decía]: "¡No se puede!". Natalia le dice que tenés que desarmar... La amé en ese momento. "Tenés que desarmar el 1 que es 100". Todo lo que ellas iban diciendo yo lo iba poniendo en el pizarrón. "Y el 9 es el 90. Entonces de 100 tenés el 50 y de 90 el 45, y del 2, el 1." Para Paula esto era como llegar a la luna. Y la otra siguió: "Si tenés 50 y acá 45 entonces tenés 95, y acá tenés 1, 95 más 1, 96." (CasoD-Entrevista5)

En relación a la enseñanza de los algoritmos convencionales de cálculo, a pesar de que el ejemplo anterior daba cuenta de cierta búsqueda por desarrollar procedimientos personales, en el caso de la división reproducía un discurso para transmitir de modo directo este procedimiento, de un modo similar a lo planteado por María. Esto de todos modos no vuelve visible el porqué de esa técnica, es una creación escolar para intentar evitar errores, más que cumplir con la finalidad de explicar o volver inteligible el porqué de un modo de actuación.

Por ejemplo, a los chicos [les digo]: "El 'no puedo dividir' no puedo escribirlo", cuando te da un cero al cociente². Entonces sigo: "El cero es 'no tengo nada'; no puedo y pido permiso para seguir dividiendo". Pequeñas palabras que si algún erudito me escucha va a decir: "¡Sos un animal!" O con la coma, llegamos a la coma y me voy al cociente y digo: "Pido permiso", pongo la coma y bajo el número que tenía y sigo dividiéndolo. Uso esos pequeños ganchos para que el chico entienda por qué tengo que bajar una coma acá, no le puedo dar una explicación demasiado compleja. Entonces esas pequeñas cosas me sirven. (CasoD-Entrevista5)

Dificultades de aprendizaje específicas en matemática

La cuestión de la identificación de problemas de aprendizaje atribuibles al sujeto, pareciera tensionar la enseñanza. La docente Daniela reconocía un límite concreto de sus saberes sobre la enseñanza de la matemática, en relación al trabajo con una estudiante a quien la institución había asignado dificultades de aprendizaje. Esta alumna fue promovida desde el grupo de alfabetización al de primer ciclo, pero luego se decidió que trabajara matemática con el grupo de alfabetización inicial y continuara en las otras áreas con el grupo de primer ciclo. Daniela manifestó que el problema radicaba en la poca consolidación de algunos aprendizajes que temporalmente aparentaban ser realizados:

Y esta nena que viene de primer ciclo, puede que lo trabajemos muy bien hoy, el miércoles ya se olvidó. Es como re-empezar cada clase. Avanza capaz que en numeración o en el conteo, o el sobreconteo, y parece que ya lo logró. Y la clase que viene comenzar de vuelta. No puedo hacerle sentir a ella la frustración, ni un gesto de que no lo está logrando. Está logrando poco. Lo mismo que no logró con la otra seño, no lo está pudiendo lograr conmigo. Y pruebo, con un juego, con material concreto,

² Se refiere al hecho de que cuando un dividendo parcial R es menor al divisor D, la división parcial entre R y D tiene como cociente parcial igual a 0 y resto parcial R (por ejemplo, al buscar la segunda cifra del cociente en 820:4 =205, se obtiene 0 como cociente parcial y 2 como resto parcial). A pesar de que la división entera existe, como tiene cociente 0 se suele expresar como que no se puede dividir. Entonces agregar un 0 al cociente sería el modo de expresar matemáticamente ese enunciado.



con las bandas. En ella yo particularmente no veo avance. Siento que no puede en matemática responder, pero en lengua está fantástico. Escribe coherentemente, y se expresa bien, y demás pero acá puntualmente en matemática, hay algo, hay un bollo que no lo estoy pudiendo resolver. (CasoD-Entrevista2)

Daniela ejemplificó estas dificultades con una actividad de aprendizaje de la escritura de números naturales, el "juego del castillo", cuyo origen se vincula con materiales de desarrollo curricular de la educación infantil. En la actividad planteada se presentó como dispositivo un cuadro con los primeros 100 números naturales ordenados de forma tal que se favoreciera el reconocimiento de ciertas regularidades de la escritura en el sistema de numeración decimal, y en la que cada fila era una "familia" de números que iniciaban con la misma cifra:

Y [la estudiante] puede incluir ciertos números dentro de esas familias. Pero se trabó en el 60 y te dice 16. Entonces le presento el 16, el 60, el 61. "¿Son lo mismo? ¿Serán iguales?" Y te dice: "Sí." ¡Ah! (se lamenta). Las otras le dicen "¡No, no es así!". Dejo que las otras metan la cuchara, que le digan, pero después ella les dice sí a todos. Entonces se me complica ahí. Hago todo lo posible. [...] Hay días que puede decir que el 35 lo pone ahí, porque está después del 34 en la serie. Otro día no te lo va a decir, ¡y no va a salir! Y se me complica porque ya no tengo recursos, le doy vuelta para atrás, para adelante, y no. (CasoD-Entrevista2)

Saberes en el trabajo docente de Cecilia en la escuela municipal Saygüeque

Cecilia trabajaba como docente en una escuela de jurisdicción municipal. Aunque ella había desarrollado una breve trayectoria por distintas instituciones de la modalidad dentro del subsistema, aún no había conseguido estabilizarse en una definitiva, ni llegado a conseguir la condición de titularidad. De hecho, durante el desarrollo de la mayor parte del trabajo de campo Cecilia se desempeñaba en la escuela municipal Saygüeque, pero finalizando este período trabajaba en otra institución municipal. La docente tenía una trayectoria de formación próxima a algunos ámbitos de formación para la EDJA, y contaba con un recorrido de formación y labo-

ral como trabajadora social. Durante el desarrollo del trabajo de campo se desempeñaba en esta profesión en una institución de atención a menores durante la mañana, y por la tarde como maestra en la escuela. En lo que refiere a su formación docente, se destaca que participó de un postítulo de formación continua sobre la EDJA.

El turno de la escuela era vespertino, al mismo tiempo que asistían los/as niño/as en el mismo edificio. La maestra y tres profesores/as de materias especiales, eran los únicos docentes de la modalidad en la escuela Saygüeque, aunque era Cecilia la única que asistía diariamente y se encontraba encargada de asumir la gestión de coordinación de las distintas tareas. El grupo que asistía era de unas ocho alumnas, de edades diversas. La dependencia organizacional de los espacios de EDJA con respecto al entramado institucional escolar infantil, favorecía cierto desplazamiento del sentido pedagógico de la modalidad, ya que, en ocasiones, debido a su formato próximo al tutorial, se demandaba acompañar temporalmente trayectorias educativas infantiles en riesgo. También la subordinación a las necesidades de la escuela primaria infantil se expresaba en la disponibilidad de espacios y de tiempos para desarrollar el trabajo de enseñanza. Emergía como una restricción material importante la prioridad ante el uso del espacio compartido, que condicionaba fuertemente los tiempos de enseñanza al grupo de EDJA. El espacio que utilizaban habitualmente para la enseñanza (aunque no necesariamente para las materias especiales) era el Salón de Usos Múltiples. Este era utilizado como comedor de la escuela tanto para el almuerzo (antes del inicio de la jornada escolar de EDJA) como para la merienda (durante la jornada). En otras palabras, en contraste con los grados de la educación infantil que desarrollan sus actividades cada uno en un aula específicamente destinada a esa función, el cotidiano del grupo de EDJA en la escuela se desarrolla en un espacio no construido a los fines de la enseñanza.

Al igual que en el caso de la docente María, la presión por el sostenimiento de la matrícula la llevaba a desarrollar actividades no directamente vinculadas con el trabajo pedagógico, sino a la promoción y la difusión del servicio educativo de la modalidad en la comunidad local.

En la reflexión sobre su trabajo docente en la EDJA, Cecilia ponía en juego nociones que principalmente daban cuenta de su apropiación de saberes pedagógicos propios de una tradición de enseñanza crítica en la modalidad. Particularmente recuperaba discursos que cuestionan ciertos

aspectos de la tradición compensatoria como la sobrevaloración de la contención social. Cecilia priorizaba la consideración de la relevancia de los saberes a enseñar para evitar una enseñanza "escolarizada". Por ello afirmaba que el aprendizaje escolar se expresa en la incorporación en ciertas prácticas sociales de saberes escolares. La cuestión de la consideración de los distintos intereses de escolarización de los sujetos le implicaba matizar estas ideas, debido a la persistencia de la demanda de las/os estudiantes de acceso a una cultura escolarizada.

La relevancia de los saberes matemáticos a enseñar

Como una especificación de algunas nociones planteadas en relación a los saberes generales sobre la enseñanza y el aprendizaje, Cecilia se posicionaba por seleccionar contenidos de enseñanza a partir de su valoración de la pertinencia en relación a las prácticas de numeracidad en las que los sujetos participan. Como manifestación del modo en que efectuaba esta valoración en el proceso de selección curricular, la docente recuperó una situación en una actividad de visita a un museo, donde se mostró un reloj en el que los números estaban representados en el sistema de numeración romano. En ese marco, algunas estudiantes demandaron poder participar en el reconocimiento de estas representaciones matemáticas presentes en dicho portador. Desde la perspectiva de la docente este objeto matemático tiene poco valor debido a que su utilización no se vincula a actividades de realización de algún evento de numeracidad relevante:

Pero el otro día fuimos al museo [...]. Entonces les mostraron un reloj grande, y decían que tiene una particularidad, tiene los números en romano. Y ahí comenzaron: "Porque eso la señorita no nos enseñó." Yo pienso que no sirven para nada sinceramente. Bajé algo como para decir en algún momento, para darles el gusto, pero no lo tuve nunca planificado al tema. Más que para comparar, pero para eso tienen que tener un buen manejo del sistema nuestro que tampoco está. (CasoC-Entrevista4)

En ese marco expresaba que parte de la selección de saberes a transmitir se realiza por su vínculo con cuestiones que van emergiendo en el propio desarrollo de los encuentros. Esta idea también se vincula con temáticas de interés que surgen en el intercambio con las/os estudiantes.

Asociado a las ideas que valorizan los saberes desarrollados por los sujetos en prácticas sociales del cotidiano, la docente planteaba un reconocimiento de los saberes matemáticos desarrollados por las/os estudiantes a lo largo de sus trayectorias vitales. De este modo parecía construir una representación de que las/os estudiantes logran resolver las demandas que les plantean las prácticas de numeracidad en las que participan. Así, por ejemplo, destacó a una estudiante que participaba en actividades comerciales, y por ende había debido solucionar de algún modo los eventos matemáticos que estas prácticas le presentaban. Esto le llevó a plantear que podía reconocer sin dificultad las tareas del campo aditivo, más allá de que en realidad las actividades comerciales no necesariamente abarcan las diversas estructuras de problemas aditivos posibles:

Esta mujer siempre se ha desempeñado, sacó toda su familia adelante, se fue a Tribunales cuando el marido la dejó con cinco chicos a cargo, empezó a vender en la plaza la ropa que los hijos dejaban de usar, y así fue saliendo adelante. [...] Ella a las cuestiones de matemática, en realidad ella toda su vida se dedicó a estas actividades del comercio. O sea, lo ha podido ir solucionando. Y ella resuelve, por ahí se da cuenta con mucha facilidad cuando algo es de suma, o de resta, y ahí nomás te saca la calculadora. (CasoC-Entrevista2)

Como otro ejemplo de la valorización positiva de los saberes desarrollados en las prácticas de numeracidad tomó el caso de otra estudiante que fabricaba cajas de madera, utilizando diversas herramientas, lo que implicaba que muy posiblemente debiera realizar distintos eventos de medición efectiva de longitudes. En un comentario irónico, la docente contrastó estas prácticas con los eventos "escolarizados" de uso de la regla para medir. Desconocemos cuáles son las técnicas de medición que empleaba la estudiante, pero probablemente una técnica que no utilice convencionalmente la regla o el metro pueda realizar ciertas tareas de manera exitosa; por ejemplo, se puede medir una longitud de 10cm iniciando la regla en la marca de 1cm y terminando en la de 11cm. De todos modos, el considerar el inicio de la medida en la marca que corresponde a 0cm puede resultar más robusta y por ende generalizable:

Por ejemplo, con esta señora que hace cosas para vender. [...] Pero en realidad a sus productos ella los vende, los compra. Ella hace cajitas de madera y para eso utiliza las medidas, utiliza todos los instrumentos para medir. El otro día usamos la regla, y me preguntaban si se empezaba a medir desde el cero o desde el uno. Pero las cajitas que ella hace, utiliza máquinas que fue comprando con el marido, ¡están perfectas, muy bien hechas! No están chanfleadas, o sea que está bien medido eso. Así que bueno, tendré que escolarizarla en el uso de la regla [se ríe]. (CasoC-Entrevista10)

Dificultad en la construcción del sentido de la enseñanza de la matemática

A partir de esta valorización, la docente manifestaba una dificultad para construir un sentido claro de la enseñanza ante el reconocimiento de que los sujetos han desarrollado conocimientos en sus prácticas de numeracidad en dominios no escolares, por lo que se cuestionaba sobre su propio lugar como docente. Lo que advertía la docente es que, si dichas prácticas de numeracidad no son problemáticas para las/os estudiantes, las de dominio escolar serían irrelevantes, y por ende se desjerarquizan en la construcción de un proyecto escolar en la modalidad. Era en ese marco que la docente expresaba dudas y cuestionamientos sobre la enseñanza de saberes matemáticos a sujetos adultos. Para ella, el sentido de enseñanza de la matemática se vincularía con "ejercitar" los conocimientos desarrollados en las prácticas de numeracidad en la vida cotidiana, fundamentalmente vinculados al "cálculo mental". Además, mencionó cierta forma de "enseñanza a demanda", sin cuestionamiento de los posibles efectos colaterales de esa opción pedagógica:

Sí, yo también me cuestionaba esto, que si yo ya pienso que ellas ya saben, ¿qué hago yo acá?, ¿cuál es mi función? (CasoC-Entrevista10)

La matemática, digo lo que me da como que ellas necesitan... el tema con el cálculo mental, en realidad lo tienen bastante avanzado. Es como seguir dándole ejercitación, y por ahí les planteo una situación problemática y les digo: "¿A ver cómo lo resolvés?" Me dicen: "58, señorita". ¡Y está perfecto! Entonces me digo, me pregunto cómo sigo. Y no les puedo decir: "Bueno, ahora haceme la cuenta", si en realidad lo pudo resolver. Lo otro que me

cuestiono es que en realidad ellas toda la vida se movieron en el mundo resolviendo cálculos mentales. Por ahí tienen mucha inquietud con la división. No hacerla mentalmente, la quieren hacer así con el algoritmo, todo, entonces bueno, porque quieren me pongo con eso. (CasoC-Entrevista2)

La apropiación de la noción de prácticas ostensivas

Como destacaba la docente, ciertas tradiciones de enseñanza de las matemáticas se basan en la transmisión directa de modos de resolver cierto tipo de tareas. Por ende, en tanto desaparece la memoria de su construcción, los saberes aparecen como ya dados y se da un proceso de naturalización de las técnicas (Chevallard, 2013). En éste se terminan identificando las tareas a realizar con las técnicas que las realizan, ya que hay un único modo de realizarlas. Sus aprendizajes a partir de esta tradición de enseñanza parecen haberse empezado a ser tensionados en la formación inicial:

Cuando nosotros íbamos a la primaria, cuando nos corregían un problema, era ese problema y esa forma de resolverlo. Que había otras maneras diferentes de resolver los problemas lo aprendí en el terciario. Y que esas formas eran válidas. Y que a lo mejor estaba bien el procedimiento y mal el resultado, pero que hay cosas que podría considerar bien, y que revisara el resultado. Yo eso lo aprendí en el terciario. [...] Como que el único aprendizaje, lo único que existe es lo que uno está haciendo. (CasoC-Entrevista11)

Una noción interesante que la docente rescató como un saber proveniente de la formación docente inicial, de la que se apropió y que le permitía dar sentido a distintas cuestiones en la enseñanza de la matemática en la modalidad, era la noción de "prácticas ostensivas"³. Este constructo

³ Esta noción proveniente de la investigación en didáctica de las matemáticas, aparece por primera vez en (Ratsimba-Rajohn, 1977). Luego esta categoría siguió siendo trabajada por distintos autores, y apunta a describir una postura sobre la enseñanza en la que se concibe que el éxito de la enseñanza radica en una buena ostensión, esto es, en las características de la presentación del concepto que el profesor o el texto ofrecen, sea ésta escrita, gráfica o verbal.

pareciera permitirle reconocer y cuestionar algunos aspectos de prácticas de enseñanza directa de los saberes, y favorecer cierta búsqueda de estrategias más sostenidas en la indagación que en la exposición directa del conocimiento:

Yo lo relaciono con esto de dar una respuesta y no permitir que el otro piense. O que el otro lo descubra, eso creo yo que es una práctica ostensiva: "Bueno, esto se hace así, de esta determinada manera." Eso me refiero que hay que buscar como caminos para no caer en eso, el lugar común que es lo más fácil decirles: "Esto es un cuadrado, esto se llama lado, y son todos iguales." El otro día trabajamos sobre eso y sacamos el papel glasé para ponerlo en diferentes posiciones y sí apareció esto que creen que sólo es un cuadrado cuando está así derechito. También cuando lo puse como inclinado, lo de tener que medir los lados para ver si son iguales o no son iguales. Vieron que medía lo mismo. Esa fue la conclusión, que los lados son iguales, que tiene cuatro lados y se llama cuadrado. Ahí creo yo que no fue una práctica ostensiva. (CasoC-Entrevista12)

Esto parecía definir cierta estrategia de trabajo recurrente en la que la docente discutía la realización de una misma tarea con todo el colectivo de estudiantes, y basada en interrogaciones sucesivas. Esto lo consideraba como una maniobra de evitación de prácticas ostensivas. Además, esta noción también le permitía reflexionar y cuestionar algunos aspectos de sus prácticas desplegadas en una clase anterior:

Para mí yo considero que no tengo prácticas ostensivas. Capaz que otro me ve y dice que sí, pero esta manera de trabajar más colectiva, que todos los resolvemos: "Eso también está bien, ¿pero de qué otra manera lo podemos hacer?" A mí me parece que eso es no hacer prácticas ostensivas. Practicas ostensivas sería decir: "Mirá este problema, ¿y cómo se resuelve? Es una suma." Eso me parece que es una práctica ostensiva. A lo mejor lo puede resolver con suma o con resta. (CasoC-Entrevista11)

Cecilia: [A partir de lectura de registro de clase en la que Cecilia en la escritura en el pizarrón de los números 1983 y 1993 recuadra las cifras 3 y pregunta en qué terminan ambos números. Luego pide relacionar las penúltimas cifras (8 y 9 respectivamente)] Eso es lo que nos diría la profe de

El saber docente en EDJA: una diversidad de sentidos sobre la enseñanza de la matemática

matemáticas, que es una práctica ostensiva. Yo ya tengo formateado que terminan todos en tres, que mientras uno aumenta el otro disminuye, yo quería que ellas vieran eso. No sé si lo pudieron ver. Yo se lo debo haber dicho, haber marcado, pero no sé si les sirvió.

Entrevistador: ¿Por qué decís que es una práctica ostensiva?

Cecilia: Porque es como decir: "Esto es un cuadrado", entonces después todos saben que es un cuadrado, porque vos se lo dijiste pero no sé si es una conclusión a la que ellos hubieran llegado. (CasoC-Entrevista8)

Un objeto central con el que lidian las/os docentes en el nivel primario son los algoritmos estándares de las operaciones. El problema que se planteaba la docente Cecilia en la enseñanza era cómo otorgar sentido a técnicas que no son construidas por las/os estudiantes, sino transmitidas. Por lo que el problema de la construcción de sentido no podía apoyarse en la articulación o comparación con procedimientos personales de cálculo, sino que se buscaba dar cierto sentido a posteriori. Del mismo modo que María y Daniela, Cecilia transmitía un discurso justificativo junto a la técnica algorítmica. Pero a diferencia de ella, buscaba mostrar algunos aspectos parciales del porqué de su funcionamiento. Estos algoritmos se sostienen en propiedades del sistema de numeración y de las propias operaciones, que permiten operar sobre las cifras en lugar de sobre todo el número. Esto favorece la posibilidad de un funcionamiento rutinario, pero vuelve opaca su relación con el sistema de numeración. En el siguiente diálogo la docente y la alumna Nora interactúan en la resolución del cálculo escrito 2014 - 47 en el pizarrón:

Nora: Siete... Cuatro menos siete no se puede. Entonces catorce menos siete es siete. ¿No es cierto?

Cecilia: Sí. [Escribe el resultado parcial en el pizarrón]

Nora: El once queda en diez.

Cecilia: Sí.



Nora: Diez menos cuatro, seis. 67 hasta ahí, sí. Después me queda el cero.

Cecilia: Este cero, ¿qué pasó? Es como que queda en diez. ¿Cómo puede ser que quede en diez?

Nora: ¡Ah! Le pidió al nueve, quedó en nueve. ¡Nueve! ¿No es cierto? [...]

Cecilia: ¿Qué se pidió? ¿Cómo puede ser que...? (...) Primero yo tengo acá diez. Esto está muy bien. Ahora yo quiero que podamos pensarlo un poco más, de dónde sale, le pidió, no le pidió (...) Esto no puede ser cuatro menos siete. Está muy bien. Y vos decís: "Le pidió y quedó en catorce". ¿Es así? ¿Qué le pidió?

Nora: Le pidió al uno.

Cecilia: ¿Qué le pidió?

Nora: Un uno.

Cecilia: Está bien... ¿Cuatro más uno, es catorce? ¿Entonces, cuánto le pidió?

Otra alumna: Diez. Diez le pidió.

Cecilia: Nosotros decimos uno [...] Pero no es uno, es diez, una decena. Igual de este lado. Nunca pedimos uno, nosotros estamos acostumbrados... Si nosotros pidiéramos uno, sería cuatro más uno, cinco. Y es diez. Diez unidades de un orden...

Nora asiente.

(CasoC-ObservaciónClase2)

La docente Cecilia volvió a vincular estas estrategias con la idea de correrse de lo que denominaba como "prácticas ostensivas". Aquí se explicitó la idea de que se trataría de "poder entender lo que está haciendo y por qué lo está haciendo", es decir el trabajo en torno al sentido de las

técnicas y su vínculo con lo que desde la TAD se concibe como discurso tecnológico:

Concretamente con la resta como operación suelta, el tema de "acá pido uno, acá pido tanto", eso me parece que ni siquiera se llega a entender. Me da la impresión que te corrés un poco cuando ves qué quiere decir esto de pedir, qué es pedir, para qué se pide, "¿será uno el que pide?" Porque si tengo cinco y pido uno, en realidad yo tengo que tener seis. Si tengo cinco y pido uno en realidad son diez, y acá tengo quince, o sea, poder pensar eso. Ahí me parece que te corrés de las prácticas ostensivas. [...] Poder dar una razón, de poder entender lo que está haciendo y por qué está haciendo eso y no otra cosa. Que no sea por ejemplo, que por ahí pasa, esto de adivinar. Cómo se resuelve, es una suma, una suma, una suma, y aunque les dé cuántos años tiene esta persona, y aunque les dé que tiene 5000 años siguen insistiendo que es una suma. (CasoC-Entrevista12)

La docente expresó el objetivo de esta última parte del diálogo, que apuntaba a un discurso que intentaba mostrar parcialmente el sentido de los pasos que implican los algoritmos. Particularmente la docente destacó que para ella fue un descubrimiento importante en instancias de formación inicial aprender que "pedir uno" de un orden superior es sumar 10 del orden inmediato inferior, entonces en las clases lo reproducía como un discurso. Lo interesante es que para Cecilia esto le permitió dar sentido a un modo de hacer en el cálculo escrito que pareciera haber sido anteriormente desarrollado sin la comprensión del porqué de su funcionamiento:

Que puedan entender que cuando se pide en la resta no es uno, me queda en diez lo que se pide. Para mí eso también fue un descubrimiento. Creo que fue en el San Martín [instituto de formación docente] que no es que "pido uno" sino que "pido una decena". Eso lo tengo que enseñar. Si pido uno, tendría que sumar cuatro más uno, cinco... (CasoC-Entrevista9)

Además, la docente expresó que este hacer también supone una estrategia para evitar que las/os estudiantes cometan cierto tipo de errores en la realización de los cálculos escritos. Particularmente se refirió a resultados con más cifras de las correctas:

Pero sí me ha pasado esto de "Nueve y una, diez." Que pueda poner diez y que después haya dificultad para ver si este de al lado era 19. Que ese uno, en realidad no es uno, sino es diez, sí he tenido dificultad porque sumar de arriba, de abajo, y le queda números de más cifras. Esa dificultad siempre me ha aparecido. (CasoC-Entrevista12)

La diversidad de saberes en el trabajo docente en distintas instituciones

Como decíamos en la introducción, el carácter específico de este capítulo radica en un tipo de abordaje que apunta a reconstruir algunos sentidos sobre el trabajo docente que los sujetos construyen y ponen de manifiesto en la reflexión sobre su quehacer. En esta lectura se evita un tratamiento que escinda la interpretación de los saberes de las condiciones institucionales propias de los contextos singulares de las distintas escuelas en las que las docentes trabajan.

Para ello, recuperamos un modo de comprender al saber docente como conocimiento local integrado a la práctica y construido en el proceso mismo del trabajo. Hemos dado cuenta de parte de este saber local al reconocer algunos núcleos de sentido en los discursos a partir de los cuales las maestras piensan su trabajo, saberes a lo que recurren para organizar su reflexión. Es decir, hemos recabado información sobre aspectos del modo en que las maestras redefinen la tarea docente prescripta en los discursos de regulación de su trabajo. En el ejercicio de esta labor, cada docente se apropia selectivamente de saberes y de prácticas para poder realizarla.

En relación a la reflexión en torno a la matemática y su enseñanza, se especifican algunas nociones generales planteadas en otras instancias. En particular, las maestras dan cuenta de cómo se juega en la enseñanza de la matemática la construcción de confianza en las posibilidades de cada sujeto. Así, por ejemplo María destaca la necesidad de mejorar la autoestima, enfrentar la ansiedad y adquirir seguridad al realizar tareas matemáticas.

Un saber que se destaca es que las docentes coinciden en torno a la necesidad de contextualizar las tareas matemáticas en referencias del cotidiano de las/os estudiantes, principalmente en el trabajo en torno a las operaciones aritméticas. Un modo singular de pensar esta cuestión, es la articulación que realiza Cecilia de su valoración de las prácticas de

numeracidad en las que los sujetos participan. El reconocimiento de los conocimientos de los sujetos le genera una tensión en torno al sentido de la enseñanza de la matemática. A pesar de este reconocimiento, Cecilia, al igual que María, realiza una transmisión directa de técnicas algorítmicas para resolver las operaciones. En cambio, Daniela da cuenta de algún trabajo realizado con procedimientos personales de cálculo, recuperando cierta adscripción a tradiciones constructivistas antes mencionada. De todos modos, las tres docentes expresan trabajar con los algoritmos convencionales de cálculo, transmitiendo discursos para intentar asegurar la ejecución correcta de estas técnicas, debido a la pérdida del sentido de las sub-tareas que la componen. En el caso de María y Daniela recuperan expresiones provenientes de tradiciones clásicas de la escolaridad infantil, como el "pedir prestado" al realizar el acarreo. Cecilia busca en cambio enseñar algunos fundamentos de estos algoritmos, articulando saberes apropiados de la formación inicial en cuanto a la evitación de "prácticas ostensivas" y la relación de los algoritmos con propiedades del sistema de numeración y de las propias operaciones que aseguran su funcionamiento.

Estos saberes docentes, de los cuales reconstruimos apenas algunos elementos, posibilitan a las maestras enfrentar tareas propias del trabajo de enseñanza en EDJA con sus dificultades específicas, y configuran los modos singulares en que logran responder a ellas. Reconocer la diversidad de sentidos en juego, en vínculo con trayectorias profesionales y vitales de cada una de las maestras, es central para proyectar potenciales procesos formativos anclados en las prácticas que se desarrollan en el cotidiano escolar.

Referencias

- Achilli, Elena. (2005). Investigar en antropología social: Los desafíos de transmitir un oficio. Rosario: Laborde.
- Ardoino, Jacques (1993). Análisis multirreferencial. *Revista de la Educación Superior*, 22(87), 1-5.
- Chevallard, Yves. (2013). De la transposición didáctica a la teoría antropológica de lo didáctico. Curso dictado en la Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina, 26 al 29 de noviembre.



- Chevallard, Yves, y Cirade, Gisèle (2010). Les ressources manquantes comme problème professionnel. En Ghislaine Gueudet & Luc Trouche (Eds.), Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques (pp. 41-55). Rennes: PUR INRP.
- Espinosa Tavera, Epifanio, y Mercado, Ruth. (2008). Mediación social y apropiación de nuevas propuestas pedagógicas. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México)*, 38(3-4), 201-232.
- Ezpeleta, Justa. (1992). El trabajo docente y sus condiciones invisibles. Nueva Antropología, 12(42), 27-42.
- Geertz, Clifford. (1990). La interpretación de las culturas. Barcelona: Gedisa.
- Gerez Cuevas, Nicolás. (2020). La enseñanza de la matemática en el nivel primario de la modalidad de Educación Permanente de Jóvenes y Adultos: Saberes docentes, prácticas y condiciones institucionales [Tesis de Doctorado]. Universidad Nacional de Córdoba.
- Gerez Cuevas, Nicolás. (2021). Una dificultad del oficio docente en el marco de la reestructuración del sistema de enseñanza en Educación de Jóvenes y Adultos. *Educación, Formación e Investigación.* 7(12), 91-108.
- Lorenzatti, María del Carmen. (2005). La oferta educativa de nivel primario de jóvenes y adultos en Córdoba (Argentina). En Ronald Cervero, Bradley Courtenay, Valente & Hixson (comp.) *The Cyril O. Houle Scholars in Adult and Continuing Education Program Global Research Perspectives*, 5. Georgia: Universidad de Georgia.
- Mercado, Ruth. (1991). Los saberes docentes en el trabajo cotidiano de los maestros. *Infancia y aprendizaje*, *14*(55), 59-72.
- Mercado, Ruth. (2002). Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños. México DF: Fondo de Cultura Económica.

- Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. (MEPC, 2008). Propuesta Curricular Alfabetización y Nivel Primario Educación Permanente de Jóvenes y Adultos (EPJA).
- Ratsimba-Rajohn, Harrisson. (1977). Étude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques sur les mathématiques. [Memoria de DEA en Didáctica de las Matemáticas]. Universidad de Burdeos I.
- Robert, Aline. (2008). Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques. En Fabrice Vandebrouck (Ed.), La classe de mathématiques: Activités des élèves et pratiques des enseignants (pp. 11-30). Toulouse: Octarès.
- Robert, Aline, y Rogalski, Janine. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: Une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2(4), 505-528.
- Rockwell, Elsie. (2009). La experiencia etnográfica. Historia y cultura en los procesos educativos. Buenos Aires: Paidós.
- Rockwell, Elsie, y Mercado, Ruth (1988). La práctica docente y la formación de maestros. *Investigación e innovación escolar, 4.*
- Rojas, Alejandro. (2013). El alumno-adulto como categoría analítica: Reflexiones para repensar las prácticas pedagógicas de los docentes de la EEMPA. *Itinerarios educativos*, 6, 11.
- Tardif, Maurice. (2004). Los saberes del docente y su desarrollo profesional. Madrid: Narcea Ediciones.



Prácticas pedagógicas de profesores-tutores de matemática en el programa educación a distancia para jóvenes y adultos

Jorge Ceballos*

Introducción

En este trabajo presentamos avances de resultados de la investigación doctoral en curso "Sentidos y práctica pedagógica en torno a experiencias socioeducativas de estudiantes. Programa de Educación a Distancia¹ de Jóvenes y Adultos -Nivel secundario"² (en adelante Programa EDJA).

Planteamos aproximaciones a una descripción analítica del programa EDJA y resultados parciales del análisis de entrevistas etnográficas del trabajo de campo en curso. Proponemos discusiones teórico-metodológicas

1 En las Resoluciones 152/16 del Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (MEPC, 2016, referida a criterios para la apertura de Sedes a Distancia) y 32/07 del Consejo Federal de Educación (CFE, 2007, Acuerdo Marco para estudios de Educación a Distancia de Nivel Primario, Secundario y Superior) se trazan definiciones acerca de la especificidad de la modalidad a Distancia. Tanto en esta última como en el diseño curricular del Programa EDJA (MEPC, s.f.) se cita la Ley de Educación Nacional N° 26.206 que en su artículo 105 define a la educación a distancia como "la opción pedagógica y didáctica donde la relación docente-alumno se encuentra separada en el tiempo y/o en el espacio, durante todo o gran parte del proceso educativo, en el marco de una estrategia pedagógica integral que utiliza soportes, materiales y recursos tecnológicos diseñados especialmente para que los/as alumnos/as alcancen los objetivos de la propuesta educativa".

2 En la carrera de Doctorado en Estudios Sociales de América Latina, Centro de Estudios Avanzados, Facultad de Ciencias Sociales, UNC, participando de equipos de investigación radicados en el CIFFyH - UNC con financiamiento del FONCyT y SECyT. Dirige esta Tesis la Dra. María Fernanda Delprato y codirige la Dra. Mariana Tosolini.

^{*} Doctorado en Estudios Sociales de América Latina, CEA, FCS, UNC / ceballosjorge59@ gmail.com

emergentes del proceso y modos de articulación entre "fragmentos de información empírica" (Achilli 2005 p. 86) y referentes teóricos.

Además, compartimos algunas discusiones teórico-metodológicas emergentes en la toma de decisiones vinculadas al trabajo de campo, así como algunos desafíos y vigilancias en la construcción de los análisis.

En el primer apartado se presenta la construcción del problema de investigación y objetivos generales y específicos. En el segundo apartado mencionamos resoluciones teóricas metodológicas. En el tercer apartado planteamos una primera descripción analítica del programa educativo en el que se centra la investigación haciendo foco en: la organización y administración del programa EDJA, recursos e infraestructura en el sostenimiento del mismo, la heterogeneidad en el grupo de estudiantes, normativas y reconocimiento de trayectorias, maneras de asistir y permanecer en el aula, mediaciones docentes y circulación en el aula, modos y ritmos de evaluación y acreditación. En el cuarto apartado, compartimos aproximaciones analíticas sobre las mediaciones y sentidos docentes. Allí presentamos algunos análisis de discursos docentes proponiendo un diálogo entre el trabajo de campo y el trabajo conceptual (Achilli 2013) que problematiza sobre la idea de "hacer posible la escuela". En el quinto apartado ampliamos el análisis acerca de vigilancias y desafíos teóricos metodológicos emergentes durante el trabajo de campo y el análisis interpretativo, allí nos orientamos a reflexionar sobre desafíos para la observación y registro de interlocuciones en el trabajo de campo que nos presenta en particular el programa EDJA, proponiendo la consideración de algunas maneras de atenderlos; además, consideramos algunas particularidades que nos suscita la cercanía (Pallma y Sinisi 2004) con el objeto de estudio y los distanciamientos que necesitamos favorecer en la experiencia etnográfica.

Por último, compartimos algunas conclusiones, recapitulando lo trabajado en los diferentes apartados.

Presentación del problema y objetivos de la investigación

La problemática de investigación se fue construyendo durante el recorrido realizado como docente del Programa EDJA perteneciente a la Dirección General de Educación de Jóvenes y Adultos, del Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (MEPC). En este espacio, se fueron configurando una serie de inquietudes e intereses en relación al "desgranamiento"

de matrícula a partir de la experiencia profesional como coordinador en una Sede del Programa desde 2012 hasta 2017.

Las experiencias vividas en el centro educativo generaron interrogantes en torno a las prácticas pedagógicas³ de las/os docentes. Esto incluyó pensar los modos en que los/as docentes construyen las mediaciones entre estudiantes y el módulo (material de estudio) y las relaciones entre estas mediaciones y los sentidos construidos sobre las experiencias socioeducativas de estudiantes del centro educativo. Más específicamente durante el módulo 1⁴ del área de matemática ya que, según apreciaciones de docentes y estudiantes, advertidas como coordinador y luego en entrevistas exploratorias, esta parte de la trayectoria se la reconoce como de mayor 'dificultad' en comparación con otras asignaturas, en estudiantes que se inician o retoman la escuela secundaria.

Si bien lo anterior implica una reconstrucción del interés que inicialmente es más pragmático que teórico, fue deviniendo en una problemática que da lugar a un objeto de indagación y de producción de conocimiento más que un campo de actuación. En este sentido, la investigación presenta un desafío en relación al reconocimiento de vigilancias que son necesarias en función de los procesos de identificación e implicación en relación al problema construido y la experiencia como docente del programa. Sobre esta cuestión, en un apartado más adelante ampliaremos la reflexión.

En definitiva, el problema de investigación se centra en conocer de qué manera se configuran las prácticas pedagógicas de los docentes tutores de matemática del programa educativo analizado en relación a los

³ Retomamos la necesidad de distinción entre práctica pedagógica y práctica docente propuesta por Achilli (2008). Esta autora sostiene que "...al utilizar la noción de práctica docente pretendo mostrar que, amén de constituirse desde la práctica pedagógica, la trasciende al implicar, además, un conjunto de actividades, interacciones, relaciones que configuran el campo laboral del sujeto maestro o profesor en determinadas condiciones institucionales y sociohistóricas." (p. 23). Asumiendo esta distinción nos proponemos en este proyecto focalizar en las prácticas pedagógicas de los docentes aunque inscriptas en relaciones y condiciones en que están inmersas y constreñidas.

⁴ En este programa educativo, se le llama "módulo" al material de estudio con el que trabajan los/as estudiantes durante el cursado de la modalidad a distancia. Más adelante se amplía la descripción de la organización del trayecto educativo en base a diferentes módulos.

sentidos que construyen sobre las experiencias socioeducativas de los/as estudiantes.

A partir de esta problemática se configuraron los objetivos de este proyecto, que pretenden, en términos generales, describir y analizar las prácticas pedagógicas de las/os profesores-tutores/as de matemática en relación a los sentidos que construyen sobre las experiencias socioeducativas de las/os estudiantes. Haciendo foco en los objetivos específicos, procuramos describir y analizar las prácticas pedagógicas de estos/as docentes en torno al trabajo con el módulo del Programa EDJA, los sentidos que construyen las/os profesores-tutores/as de matemática sobre las experiencias socioeducativas de las/os estudiantes del módulo 1 del Programa EDJA; y las relaciones que dialogan entre estas prácticas y sentidos.

Resoluciones teóricas metodológicas

El trabajo adopta una perspectiva socio-antropológica para analizar procesos educativos propios de la problemática planteada proponiendo "a) el interés por el conocimiento de la cotidianeidad social; b) la recuperación de los *sujetos sociales*, sus representaciones y construcciones de sentido; c) en el orden de lo más estrictamente metodológico, la *dialéctica* entre *el trabajo de campo* y el *trabajo conceptual*" (Achilli, 2013, p. 38).

Trabajaremos con estudios en caso, buscando articular lo singular con la complejidad histórica que está en juego en los procesos y relaciones investigadas. Articulamos en nuestro diseño de investigación, entrevistas bajo la modalidad *entrevista antropológica*, es decir, abiertas y en profundidad, no directivas (Guber, 1991, citada en Achilli, 2013), observaciones a profesores-tutores/as del espacio seleccionado, y un análisis documental que sitúe esas prácticas singulares en políticas públicas para la modalidad y regulaciones del trabajo docente presentes en documentos curriculares (Diseño, documentos de desarrollo curricular) y textos de enseñanza (módulos, en especial el módulo 1 del área de matemáticas).

Es importante señalar que, en el trabajo de campo en curso la planificación, puesta a prueba y análisis de entrevistas requiere ejercicios de distanciamiento ya que el ámbito de indagación formó parte de nuestra cotidianidad laboral. Esta cotidianeidad, familiarizada en la experiencia como coordinador, forma parte de la construcción de sentidos en relación a los procesos de enseñar y aprender que se dan en esos espacios, desde

una posición de coordinador pedagógico, donde "coordinar lo pedagógico" incluiría prescripción en la mirada sobre las prácticas docentes. Esto se considera relevante pues invita a reflexionar acerca de cambios en la posición de quien ahora investiga y antes coordinaba. Advertir interpretaciones prescriptivas implicará un desplazamiento de asimetrías, desde un lugar centrado en la prescripción hacia una posición de quien no conoce y desea conocer.

Avances en la descripción analítica del programa EDJA

El programa EDJA se caracteriza por tener como destinatarios jóvenes y adultos que no han concluido el nivel secundario o no lo han iniciado y son mayores de 18 años:

... es muy diverso (el grupo de estudiantes), absolutamente diverso, [...] tené en cuenta que yo tengo un estudiante por ejemplo que tiene 60 años, y tengo un estudiante que el año pasado estuvo en la secundaria... por darte un ejemplo. (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 2)

Ofrece una propuesta educativa de nivel secundario con modalidad semipresencial o "a distancia", donde los encuentros entre docentes y estudiantes se realizan por medio de tutorías semanales. El desarrollo de los contenidos está organizado en torno al trabajo con un material de estudio con el que trabajan los/as estudiantes elaborado por el ministerio de educación de la provincia llamado "Módulo". El trayecto de todo el secundario se divide en nueve módulos. Módulos 1, 2 y 3 (que conforman el plan A y corresponden al Ciclo Básico de la escuela Secundaria llamada "común"; Módulos 4 y 5 (que conforman el plan B); Módulos 6 y 7 (plan C); módulo 8 (área técnico-profesional); módulo 9 (área de la orientación). Los módulos del 1 al 7 se dividen en áreas de contenido: área matemática, área ciencias naturales, área producción e interpretación de textos (conformado por Lengua y Literatura y Lengua extranjera: inglés).

El "CENMA madre" y la "sede"

En cuanto a las especificidades del programa educativo que estamos investigando, es importante aclarar que los CENMA (Centro Educativo de Nivel Medio para Adultos) que pertenecen a la modalidad a distancia son nombrados en las normativas ministeriales como CENMA "Sede", siendo nombrados así también por docentes y equipos de gestión.

La sede es el espacio físico donde se desarrollan las actividades específicas del Programa. Cada CENMA "sede" posee su Dirección en otro CENMA conocido como CENMA "madre" del cual ésta depende. En algunos casos el CENMA "madre" y la sede comparten edificio, y en otros las sedes se ubican geográficamente en otro lugar. Además, un CENMA "madre" puede tener a su cargo la gestión de varias sedes a la vez, donde por ejemplo una de ellas se ubica en el mismo edificio y las demás sedes que se ubican en otros barrios o localidades aledañas.

Por lo general, en el CENMA "madre" se centraliza la designación de profesores/as-tutores/as para la sede y la confección de Certificados Analíticos para la acreditación definitiva de los/as estudiantes, pero existe diversidad entre un CENMA y otro en los modos en que se manifiestan otras labores administrativas, por ejemplo la emisión de constancias de estudiante y otras certificaciones en algunos casos está a cargo de la sede y en otras, del CENMA "madre".

Existe diversidad en la cantidad de sedes que los CENMA "madre" tienen a cargo, y la articulación y comunicación entre Director/a, Coordinadores/as y profesores/as-tutores/as para la planificación del trabajo en la sede presenta diferentes características entre un centro educativo y otro. En cuanto a la gestión de lo pedagógico, la periodicidad de los espacios y momentos de trabajo conjunto y maneras de articulación entre directores/as, coordinadores/as y profesores/as-tutores/as se da de manera heterogénea entre una sede y otra.

En nuestro caso, la investigación se realiza con docentes que trabajan en sedes de diferentes ciudades de la provincia de córdoba en contextos urbanizados, una de ellas funciona en el edificio donde está el CENMA "madre", en un barrio cercano al centro de la ciudad. Otra de las sedes comparte edificio con otra institución y está ubicada en un barrio alejado del centro de la ciudad, en un contexto de mayor empobrecimiento que la primera. Si bien la cantidad de estudiantes matriculados es mayor, a lo

largo del año asisten entre 50 y 70 estudiantes y en cada jornada escolar asisten de manera variable entre 10 y 20 estudiantes.

Tanto en los Materiales de estudio como en el diseño curricular del PEDJA se prevé que cada Sede esté conformada por un Coordinador Pedagógico, un Coordinador Administrativo y un Profesor/a-Tutor/a para cada área de contenido. No obstante, entre las distintas sedes del Programa existe diversidad en la dotación de cargos, en la formación inicial de profesores tutores/as y coordinadores/as, y en las distintas labores que cada uno/a desempeña.

Recursos e infraestructura

Un aspecto que caracteriza el programa EDJA en relación a la infraestructura con la que cuenta el mismo es que los centros educativos, en la mayoría de los casos no tienen edificio propio y se deben realizar acuerdos para compartir el espacio físico con otras instituciones, en algunos casos con sindicatos, organizaciones barriales, con otras instituciones como municipios y otras escuelas primarias, secundarias y de nivel superior. En uno de los casos que estamos estudiando la sede comparte edificio con el nivel primario, secundario y superior. A veces, se comparte el edificio mediante acuerdos de los que participan inspectores y supervisores, directivos de las instituciones y coordinadores/as de las sedes. Estos compromisos, en algunos casos incluyen el uso de las aulas, mobiliario como armarios y recursos clave como internet, en otros casos no se logran construir o sostener esos acuerdos y las sedes no cuentan con estos recursos, lo cual hace que los equipos de gestión intenten conseguirlos con mayor o menor "éxito" por diversos medios: Colectas, rifas, bonos contribución, etc. Estas acciones son llevadas a cabo en general por las/los coordinadores/as de las sedes, con heterogeneidad en los modos de articular con los directivos de las mismas.

Otro elemento que consideramos relevante se refiere a los modos en que se organiza la jornada escolar, los centros educativos con los que hemos comenzado el trabajo de campo organizan tutorías que tienen una duración de entre dos horas y media y tres horas. En general, el horario de funcionamiento es vespertino, cada jornada se ubica entre las 18 y las 22 hs y según la sede, se dan dos o tres tutorías por semana.

Durante las tutorías asisten de manera simultánea, estudiantes que están cursando diferentes etapas del trayecto, en diferentes módulos a la vez.

La matriculación y el comienzo del cursado de los/as estudiantes se realiza en cualquier momento del año, si bien a comienzo del año se da el mayor volumen de ingresos, esto también sucede luego durante el ciclo lectivo, lo cual le da mayor heterogeneidad a los procesos que se dan en el aula.

Heterogeneidad en el grupo de estudiantes. Normativas y reconocimiento de trayectorias

Para dar mayor profundidad al análisis de la conformación de los grupos de estudiantes en cada sede proponemos considerar algunos de los análisis de Rockwell (2007) y retomar ideas centrales que nos orientan en la indagación sobre cómo se entraman la cotidianeidad de los centros educativos estudiados con las relaciones entre los poderes provinciales y nacionales a partir del análisis de documentos ministeriales de diferentes jurisdicciones y entrevistas exploratorias mantenidas con docentes de una sede del programa estudiado.

Elsie Rockwell (2007), en su trabajo "hacer escuela, hacer estado" presenta un estudio situado en México, durante la primera mitad del siglo XX, donde analiza el cotidiano escolar en relación a la formación del Estado y a partir de procesos sociales y políticos que implicaron "complejos reacomodos entre poderes locales y centrales" (p. 12) que configuraron las relaciones entre los estados provinciales y la federación. La autora hace foco en "explicar cómo funcionaban las categorías y los mecanismos que traducían las políticas estatales en prácticas cotidianas y, cómo éstas, a su vez, tendían puentes hacia los poderes centrales" (Rockwell, 2007, p.12). En su trabajo se advierte que existieron "movilizaciones populares autónomas y procesos de resistencia" (p.353) que se oponían al poder central que intentaba fungir de manera hegemónica, esto da cuenta de que el estado nacional se configuró a partir de las múltiples relaciones entre diversos actores que representaban distintas jurisdicciones entre las que circulaba el poder.

En concordancia con lo propuesto por Rockwell (2007) y Martinez Boom (2014), comprendemos que para analizar las regulaciones y normativas ministeriales hay que considerarlos a partir de las prácticas y sentidos

construidos por los sujetos en torno a estos, lo que implica reconocer lo que sucede en la cotidianeidad y las apropiaciones que se suscitan sobre las mismas. En este enfoque, el análisis "parte de las prácticas tal como se presentan o tal como se racionalizan, para luego mirar cómo pueden constituirse en los hechos esos supuestos que son la educación, el Estado o incluso la escuela." (Martinez Boom, 2014, p. 38)

El análisis documental efectuado en relación a la educación de jóvenes y adultos, advirtió reproducciones, contradicciones y resignificaciones de aspectos centrales de regulaciones nacionales y provinciales centrados en los modos de reconocer las trayectorias realizadas por los estudiantes a lo largo de la vida. En entrevistas exploratorias realizadas con docentes de una sede del programa, se reconoce que los procesos de reproducción y resignificación mencionados implican tensiones que (en palabras de una docente entrevistada) "afectan las experiencias escolares de los estudiantes"

Si analizamos las normativas ministeriales, por un lado encontramos lo dispuesto en 2006 por la Ley de Educación Nacional, que es retomado y propuesto en 2010 por el Consejo Federal de Educación y en 2016 por el diseño curricular del programa EDJA (provincial), donde se enfatiza la necesidad de que los estudiantes puedan circular entre distintas modalidades (secundario "común" y secundario para jóvenes y adultos) y que sean reconocidos sus trayectorias anteriores.

Las personas jóvenes y adultas atraviesan, por razones sociales y laborales, períodos en los que deben interrumpir momentáneamente su continuidad educativa, Si esta discontinuidad se produce a lo largo de un grado o ciclo anualizados el esfuerzo realizado y el trayecto recorrido se vuelven inútiles desde el punto de vista de su acreditación. Por ello, la organización curricular de la EPJA [Educación Permanente de Jóvenes y Adultos] debe tener la flexibilidad necesaria para posibilitar que los sujetos de la modalidad transiten los ciclos o niveles de acuerdo a sus ritmos de aprendizaje y que a la vez se les otorguen acreditaciones parciales. (CFE, 2010, anexo I, Inciso 59, p. 9)

Por otro lado, advertimos lo reglamentado en la misma resolución 118/10 del CFE, donde se expresa en el anexo II que "De acuerdo a lo establecido para la EPJA en la Ley de Educación Nacional, se define el

otorgamiento de certificaciones parciales por módulos y por ciclo de formación acreditado".

En concreto, para el nivel secundario se posibilita otorgar certificaciones que acrediten el ciclo básico completo. Esto es retomado a nivel provincia de Córdoba por la resolución 152/16 donde se permite inscribir en el segundo ciclo del CENMA (ciclo Orientado) estudiantes que tengan hasta dos materias del ciclo básico sin aprobar; las cuales deben rendir en el CENMA. Dichas normativas si bien en parte responden a lo indicado por la Ley de Educación Nacional, el Consejo Federal de Educación y el diseño curricular provincial, advertimos que entran en contradicción con la intención de reconocer los trayectos formativos de los estudiantes. Esta contradicción se advierte en los discursos de docentes entrevistados cuando se les pregunta acerca de las experiencias educativas de los estudiantes al momento de inscribirse para cursar en los centros educativos.

En relación a esto, los docentes se referían a los estudiantes que tenían más de dos materias del ciclo básico sin aprobar: para que se les reconozca el ciclo básico y puedan inscribirse en el siguiente ciclo (plan B) debían rendir y aprobar esas materias "adeudadas" en la escuela anterior. Ante esta situación, los docentes explican que muchos estudiantes expresaron que se les dificultaba prepararse y rendir en la escuela anterior y desistían de inscribirse o se inscribían en el módulo 1 del ciclo básico, teniendo que cursar y aprobar nuevamente trayectos ya realizados.

Atentos a estas contradicciones, recuperamos lo reconocido en los discursos docentes, donde nos encontramos con diversos relatos que refieren y dan cuenta de la complejidad de este asunto.

Había múltiples situaciones donde los estudiantes tenían más de dos materias no aprobadas, o que recorrieron un trayecto parcial del Ciclo Básico del nivel secundario común. En esos casos la reglamentación ministerial de la provincia restringe ampliamente la posibilidad del reconocimiento de dichos tramos parciales. En algunos casos, los estudiantes habían aprobado parte del ciclo básico (por ejemplo 1ero, 2do y parte de 3er año del CB), y como tenían desaprobadas más de dos materias y no podían rendirlas en su escuela anterior, debían inscribirse en el módulo 1 de la modalidad, es decir, comenzar el ciclo básico desde el principio aunque ya tenían una parte acreditada en la escuela anterior.

En otros casos era muy dificultoso para los estudiantes que habían concluido el ciclo básico, acceder a las certificaciones que acreditan sus

trayectos por diferentes condicionantes sociales. Por ejemplo la lejanía con el centro educativo donde tenían que dirigirse para solicitar el certificado, muchas veces los estudiantes residían cerca del CENMA pero habían hecho parte de la secundaria en otro barrio o en otra ciudad. En general, los/as estudiantes más afectados/as por esto eran quienes tenían condiciones económicas más desfavorables, aquellos/as que tenían a cargo el cuidado de hijos/as u otros familiares (mayormente mujeres); o tenían trabajos durante el día que les impedía llegar a la escuela donde debían solicitar el trámite en el horario donde esta atendía al público. Además, en algunos casos el trámite en la escuela de origen se tornaba más dificultoso por precariedades en la disponibilidad de personal administrativo, a veces los estudiantes lograban ir a la escuela pero no encontraban a la persona encargada de realizar ese trámite, y otras situaciones similares. En otras ocasiones las certificaciones solicitadas eran cobradas por la escuela y algunos/as estudiantes no lo podían pagar.

A partir de estos registros de entrevistas exploratorias, se podría advertir tensiones entre los designios de la Ley de Educación Nacional junto al Diseño curricular de Córdoba que, por un lado, definen la intención de flexibilizar y reconocer recorridos realizados por los estudiantes; y por otro lado, la regulación del Consejo Federal de Educación, que junto a la normativa ministerial de Córdoba condicionan esta "circulación de estudiantes" al no reconocer los trayectos parciales dentro un mismo ciclo de la educación secundaria.

De acuerdo a lo planteado, podríamos sumar en este análisis, lo trabajado por Bustamante Vismara (2016), donde plantea que el Estado no se construye de manera aislada a los procesos que suceden a nivel local, al contrario, son los procesos sociales desarrollados en ámbitos locales, los que posibilitan comprender los modos en que se va construyendo el estado y con esto, las tramas que vinculan lo político con lo escolar.

De este modo, podemos decir que trabajos mencionados como el de Rockwell (2007) y Bustamante Vismara (20016) nos ofrecen un nuevo punto desde donde mirar nuestro objeto de estudio, puesto que las prácticas pedagógicas, analizadas desde la cotidianeidad escolar, precisan ser comprendidas en el marco de relaciones entre lo que sucede en ámbitos locales, provinciales y nacionales. El análisis documental nos ofrece pistas relevantes acerca de las relaciones entre estos ámbitos. En función de eso, las observaciones y entrevistas del trabajo de campo que estamos desarro-

llando, buscan conocer cómo realmente acontecen esas relaciones, que no pueden ser leídas como eventos aislados de la práctica, sino que es en la práctica donde intentaremos encontrarlas mediadas por diferentes procesos de apropiación en la cotidianeidad escolar

En relación a esto, destacamos que el sistema educativo como dispositivo que se construye en el proceso de configuración del estado nacional, se constituyó como un elemento importante en la articulación entre los poderes central y provinciales. En este punto, nos interesa hacer foco en nuestro problema de investigación y pensar las prácticas pedagógicas de los docentes que estamos estudiando en relación al modo heterogéneo en que se va configurando el grupo de estudiantes con el que trabajan los/as docentes de cada centro educativo del programa mediado por las articulaciones que se dan entre nación y provincia de Córdoba a través de las regulaciones estudiadas. En este sentido se reconocen grupos con estudiantes de diferentes edades, que van en general desde los 18 a los 60 años, y que dentro de un mismo ciclo (plan A, B o C) y dentro de un grupo que trabaja con el mismo módulo encontramos tanto estudiantes que no han cursado nada del secundario como estudiantes que tienen un recorrido casi completo del ciclo que están cursando.

Teniendo en cuenta esta complejidad en la conformación de los grupos de estudiantes, ¿Cómo se configura la práctica pedagógica de los docentes estudiados en relación a las articulaciones entre normativas? ¿Cómo son los sentidos que los docentes construyen en relación a las experiencias educativas de los estudiantes vinculadas a la heterogeneidad de experiencias socioeducativas y al reconocimiento de sus trayectorias? Son preguntas que surgen en esta caracterización del programa EDJA, y que van siendo retomadas en los ejercicios de análisis de entrevistas realizadas. Algunos avances analíticos se proponen más adelante.

Maneras de asistir y permanecer en el aula

Se reconoce amplia diversidad en las maneras de asistir de los estudiantes a las tutorías. En general, a partir de las entrevistas y observaciones realizadas, podemos decir que, durante la jornada escolar asisten entre diez y quince estudiantes, aunque a principios del año la afluencia de estudiantes es mayor, conformándose grupos de entre 15 y 25 estudiantes. Algunos asisten sólo a rendir las instancias evaluativas, otros asisten a realizar

consultas sobre algunas actividades o contenidos y luego de resolver la consulta se retiran, otros asisten todas las semanas, algunos llegan en el horario de ingreso y se retiran a mitad de la jornada, otros llegan en medio de la jornada y se retiran al final, otros están toda la jornada, etc.

Otra característica de los modos de asistencia de los/as estudiantes es que hay un aprovechamiento constante del tiempo para avanzar en el cursado. Los/as estudiantes ingresan al aula, y casi de inmediato se disponen a retomar el trabajo con el módulo o avanzar con instancias de evaluación. Más allá de que estos/as se encuentran y construyen vínculos de amistad y confianza entre ellos donde las grupalidades son espacios de socialización, amistad y acompañamiento, el tiempo que asisten a la tutoría es un tiempo dedicado al trabajo con contenidos escolares.

Mediaciones y circulación en el aula

Con respecto a lo reconocido en observaciones que se están desarrollando en uno de los centros educativos seleccionados para realizar trabajo de campo, en cada jornada de tutoría se desarrollan dos o tres materias a la vez y en el mismo espacio físico, lo cual le otorga una característica especial a este espacio a diferencia de otras propuestas educativas donde se trabaja con un solo docente por grupo, con edades parecidas y destrezas y saberes supuestamente logrados de manera homogénea. Es decir que durante la tutoría cohabitan dos o tres profesores/as-tutores/as de diferentes asignaturas en una misma aula y compartiendo un mismo grupo de estudiantes. En este caso, el día martes se dan tutorías de Matemática, Ciencias Sociales y Lengua y Literatura. Teniendo en cuenta esto, las tutorías semanales presentan características centrales que nos interesa señalar.

Durante la jornada escolar se dan múltiples interacciones entre diferentes actores; estudiantes entre sí, estudiantes y docentes, docentes entre sí, docentes y coordinadoras, coordinadores y estudiantes, etc. En esas interlocuciones se advierten diferentes temáticas que pueden ir desde aquellas centradas en aspectos del contenido escolar a temáticas vinculadas a aspectos de su vida diaria como trabajo, familia, otras actividades, etc. Además, el aula es un espacio donde en ocasiones se resuelven cuestiones administrativas, por lo que también en cada jornada suele ingresar la coordinadora administrativa para conversar con estudiantes o docentes para solicitar o entregar o solicitar certificaciones a los/as estudiantes y

otras diligencias organizativas a realizar con docentes. Además, en uno de los centros estudiados, la profesora-tutora de Ciencias Sociales es además coordinadora pedagógica, entonces durante la jornada atiende cuestiones de su materia y cuestiones de la gestión. Estas dinámicas suceden durante la jornada escolar en un mismo espacio físico (el aula) y se dan de manera simultánea con estudiantes que conversan y trabajan tanto en grupo sobre temáticas de diferentes asignaturas, y estudiantes que lo hacen de manera individual. Además, por momentos los estudiantes pasan de interacciones individuales con el docente a interactuar con otros estudiantes, trabajando en conjunto sobre una temática, intercambiando sobre cuestiones de la vida en general, o ambas.

Los/as profesores/as-tutores/as van mediando de diferentes maneras con los/as estudiantes. Por lo general, son mediaciones que se dan de manera muy cercana entre ellos. Las atenciones del docente son individuales en muchos casos, o a veces con grupos de dos o tres estudiantes; en general, no se observan explicaciones que se den para el conjunto de todos los/as asistentes. También se puede advertir que luego de esas explicaciones el/la estudiante a veces es consultado por otro/a si están trabajando de a dos o tres. Se puede observar que en las grupalidades los estudiantes van compartiendo maneras de resolver o pensar las actividades propuestas en el Módulo y se reconoce que a veces las se conforman con estudiantes que están cursando el mismo módulo y se disponen a trabajar en la misma área, en ocasiones van realizando la misma actividad y "avanzando en el cursado" a ritmo similar. En otros casos, se agrupan con otros/as compañeros/as para realizar actividades de diferentes módulos, diferentes actividades dentro de un mismo módulo, o en diferentes áreas de contenido.

Por momentos se acercan al banco del profesor/a-tutor/a -que por lo general ubica sus pertenencias y elementos de trabajo en la zona delantera del aula, cerca del pizarrón- para hacer consultas sobre lo que están trabajando, también los/las docentes recorren los bancos donde se ubican los/as estudiantes y van atendiendo requerimientos o les hacen preguntas sobre cómo van resolviendo las actividades. A veces toman el módulo del estudiante o el instrumento de evaluación con el que están trabajando y aclaran alguna consulta, explican oralmente, hacen algún pequeño registro en el pizarrón, para explicar alguna actividad, etc. Dialogan con estudiantes sobre organización de tiempos y acuerdan momentos de exa-

men y notifican calificaciones, dialogan entre docentes, con autoridades y coordinadora, etc.

Si bien hay algunos momentos donde el docente realiza menos actividades, y otros momentos del año con menor afluencia de estudiantes, es notorio que en la jornada va circulando entre un/a estudiante y otro/a, atendiendo requerimientos vinculados a actividades diferentes con estudiantes que trabajan en el mismo módulo y estudiantes de diferente módulo. Así, una de las características de las mediaciones de este docente en el trabajo que realizan los/as estudiantes en el área de matemática es la heterogeneidad de contenidos tratados de manera simultánea.

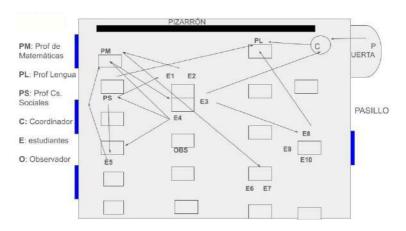


Imagen 1. Título: Croquis del aula, ubicación y circulación de sujetos. Fuente: Registro de observación escuela 1

En la imagen 1 recuperamos un fragmento del registro de observaciones de uno de los centros educativos donde realizamos la investigación. Se muestra un croquis del aula donde se desarrolla la jornada escolar del programa EDJA que, a través de las flechas, busca representar gráficamente diferentes maneras en que los sujetos se desplazan y las ubicaciones que van ocupando dentro del aula profesores-tutores, estudiantes y coordinadoras. Durante la jornada los/as estudiantes se desplazan por el aula para dialogar, consultar o trabajar con algún compañero/a, para consultar al profesor-tutor o hacerle alguna entrega de actividad o evaluación, para

salir del aula a hacer alguna diligencia administrativa o tomar un recreo, para dialogar con la coordinadora sobre alguna cuestión administrativa cuando ésta ingresa al aula, etc. Los/as docentes se desplazan dentro del aula ante requerimientos individuales o grupales de estudiantes, lo que se vincularía a maneras diversas de realizar sus mediaciones. Además, circulan para conversar con sus colegas de cuestiones escolares, profesionales y personales.

De este modo, las referencias y flechas de la imagen grafican variadas maneras en que los/as docentes realizan las mediaciones: individuales, grupales, frente al banco del profesor-tutor, en el banco del/la estudiante, y los desplazamientos en el espacio que los sujetos realizan en relación a esto. Se pretende con ello, dar cuenta de una amplia variabilidad en la circulación y maneras de ubicarse en el espacio que despliegan los sujetos en las diferentes jornadas.

Modos y ritmos de evaluación y acreditación

Los modos de evaluación y acreditación se organizan por área y módulo de manera secuencial, es decir, para rendir el área de matemática del módulo 2, primero debe tener aprobada matemática del módulo 1. Si bien los/as estudiantes pueden optar entre avanzar con los diferentes módulos de una sola de las áreas (por ejemplo hacer y rendir todos los módulos de Ciencias Sociales y después pasar a otra), por lo general eligen -y también se les sugiere- avanzar y rendir todas las áreas de un módulo y luego continuar con el módulo que sigue. Cada área propone al menos dos instancias evaluativas consecutivas y obligatorias en cada módulo. La primera instancia se la conoce como Trabajo Práctico Integrador (en adelante TPI), que como su nombre lo indica, busca integrar contenidos trabajados en esa área a lo largo del módulo. Luego de esta instancia se le propone una instancia evaluativa llamada examen o evaluación del área, por ejemplo "evaluación de matemática módulo 1". Esta última es la que permite acreditar que dentro del módulo tienen esa área aprobada.

Algo a destacar que vamos reconociendo en el trabajo de campo es que existe heterogeneidad en los ritmos de evaluación durante el cursado de cada estudiante. En entrevistas realizadas, los profesores-tutores mencionan que cada estudiante rinde "cuando ya está preparado/a" o "cuando ya está listo/a", lo cual generalmente se define cuando ya ha aprobado el TPI.

Cabe aclarar que "estar preparado/a" no significa necesariamente haber realizado correctamente todas las actividades propuestas en el módulo, sino que es un proceso atendido por mediaciones del profesor/a tutor/a, que va decidiendo y proponiendo qué ejercicios van realizando los/as estudiantes. En base a esto surgen preguntas con las que iremos indagando, como por ejemplo ¿qué relaciones podemos analizar entre las decisiones de estos docentes sobre qué actividades del módulo deben realizar los/as estudiantes y los sentidos construidos sobre las experiencias socioeducativas de los mismos?

Esta característica del programa implica que se vayan desarrollando diferentes maneras en que los estudiantes configuran los ritmos de evaluación y acreditación en sus experiencias socioeducativas durante el cursado del programa EDJA, lo cual además aporta a cómo se organiza la jornada escolar, puesto que implica una diversidad de actividades que se dan en el aula. Es decir, en un mismo día nos encontramos con estudiantes que están comenzando con el trabajo con el módulo, otros que están en una etapa más avanzada, otros que están rindiendo el TPI, o quienes están realizando la evaluación del módulo. Además esta simultaneidad se da en una misma aula y con estudiantes que están cursando diferentes módulos y diferentes áreas.

Aproximaciones analíticas sobre las mediaciones y sentidos docentes

Una de las entrevistas realizadas a un profesor-tutor de uno de los centros educativos, fue organizada con una presentación y dos bloques de preguntas que abordaron tópicos centrados en objetivos del proyecto. Se presentó la temática de la tesis desde una posición de conversación y simetría planteando la necesidad de conocer sobre las experiencias de docentes de matemática en el Programa EDJA.

El primer bloque intentó que el entrevistado describiera su experiencia formativa docente y otras experiencias laborales con el propósito de conocer cómo describe sus prácticas y posibles sentidos construidos sobre la docencia, la enseñanza, etc. En esta instancia, el docente menciona que ingresó al campo de la docencia en el cargo de preceptor, "es un trabajo que me gusta (el de preceptor), el contacto con los chicos y poder ayudarlos desde otro punto de vista." (haciendo mención a situaciones donde los jóvenes le confian temas personales, noviazgos, etc.), "se trabajan otras cosas diferentes

a lo que trabajas en el aula" y permite "contactarse con los chicos desde otro lugar" (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3).

Notamos que expresiones como estas podrían relacionarse con la construcción de modos de mirar la docencia y concebir el vínculo con el otro desde otro lugar. Nos preguntarnos por cuál es este otro lugar para este profesor, y qué vínculos puede tener con su actual manera de mediar en los procesos de los estudiantes, lo que podría conformar un punto desde donde mira sus estudiantes y desde el cual se configuran decisiones propias de sus prácticas. Cuando describe su comienzo en la educación de adultos plantea: "encontré la enseñanza de adultos, fue lo que me rescató, es más tranquilo porque es un trabajo más de par a par, la gente viene porque quiere estudiar. Es otro trato, son gente que son adultos" (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3). Con estas expresiones pareciera que el hecho de que plantee que la educación de jóvenes y adultos "lo rescató" daría cuenta de que es una experiencia que le dio cierto alivio a su carrera docente, en la manera de conformarse los vínculos con los/as estudiantes, además este profesor-tutor encuentra algo especial trabajando en esta modalidad pues la idea de un trabajo "de par a par" implicaría una cercanía con los/as estudiantes que caracteriza su práctica y es algo que la diferencia de otras experiencias que tuvo y tiene en el nivel secundario llamado "común".

En el segundo bloque, la entrevista se orienta a conocer los sentidos que el docente construye en relación a experiencias de estudiantes del CENMA a distancia. Cuando se le pregunta cómo caracterizaría los estudiantes del CENMA, los describe diciendo, entre otras cosas: "los más grandes, vienen a terminar algo que dejaron pendiente, los más jóvenes, para conseguir mejores trabajos." (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3)

El docente parte de enunciar las razones por las que asisten, lo cual puede estar presentando la idea de que para este docente es necesario que los estudiantes tengan motivos para asistir. Esto se desprende de comparaciones con otras experiencias que el entrevistado menciona en relación a la escuela "común" donde relata que tenía "mucha carga horaria, chicos muy complicados, la escuela muy complicada..." (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3)

Asimismo frente a la pregunta sobre sus percepciones de los estudiantes que recién ingresan, afirma:

Depende mucho de cada persona, pero sí algo común es el temor, es el miedo que genera empezar una etapa nueva, pero, en general, lo toman bien, uno cuando los recibe trata de sacarles esa preocupación, ese miedo, el libro parece grande, gigante, por ahí el primer módulo podría ser un poco más chico, para que no les dé tanto miedo. (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3)

Se advierte que el docente interpreta las experiencias de los estudiantes en relación al encuentro con el Módulo 1 -que es "gigante" - e intenta promover revisiones de ese temor procurando ocupar un lugar diferente como profesor-tutor (relacionado quizá a sus experiencias como preceptor) o que los estudiantes construyan otro lugar para la matemática en el cual se redefina el temor mencionado. Luego continúa planteando que también reconoce que los/as estudiantes suelen mostrar miedo a equivocarse como otra característica de su vínculo con las matemáticas. En relación a esto expresa que es importante alivianar ese miedo porque: "se aprende más (de la equivocación) porque uno lo tiene que volver a analizar, lo tiene que volver a ver" (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3).

A su vez explica la necesidad de preguntar a los estudiantes de qué manera aprendieron a realizar las operaciones, alentándolos a sostener los métodos que ellos conocen, partiendo de la necesidad de "no complicarnos". En este punto de la entrevista emplea expresiones como "hacerlo de la manera que le sea más fácil", "la que él conoce" (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3). Pareciera intentar un cambio en el lugar del estudiante vinculado al miedo, otorgándole el lugar del que sabe y puede "hacer algo" con el objeto matemático a enseñar.

Continuando con el trabajo de campo, los sentidos construidos acerca de que los/as estudiantes tienen temor a las matemáticas, y que esto influye en las experiencias socioeducativas de los estudiantes surge también en una entrevista realizada a otro profesor-tutor de otro centro educativo, allí se preguntó:

Entrevistador: ¿Cómo los describirías a los estudiantes en cuanto a su relación con lo que sería el conocimiento, las matemáticas, sus experiencias?, ¿cómo serían para vos las experiencias de los estudiantes en relación al estudio, a la matemática...? Profesor-tutor: Bien, la consideración general te hablo porque tengo por ejemplo un pibe que hace programación sin haber estudiado programación en matemáticas es muy bueno, muy bueno en matemáticas, pero en la generalidad te digo que la matemática mete mucho miedo y es considerada como un filtro, o sea, el que se llevó alguna materia se llevó matemática seguro, te podés llevar varias, pero matemática va a estar entre esas varias. (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 2)

En esta entrevista también reconocemos la cuestión del temor a las matemáticas por parte de los estudiantes como algo que este docente encuentra como significativo para las experiencias socioeducativas de los mismos. Además incluye la comparación de que esta área funciona como un filtro, es decir que para este docente podría significar una materia que tiene un lugar central como parte de los mecanismos de selección de sujetos dentro del sistema educativo: "te podés llevar varias, pero matemática va a estar entre esas varias"

Profesor-tutor: La matemática en principio mete mucho miedo, a mí me cuesta mucho generar cierta confianza en la materia, demostrar por qué es interesante. Pero al finalizar la materia yo creo que mis estudiantes se van muy contentos y contentas de todo lo que han aprendido. (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 2)

Aquí se advierte el interés y la necesidad de este docente de lograr que los/as estudiantes pierdan ese miedo y puedan vincularse de otra manera con la matemática, construir otros sentidos para esta materia, otro lugar desde donde relacionarse con la misma.

Entrevistador: Si tuvieras que pensar en algo de tu labor, en algo de cómo vos medias ese momento entre el miedo, para generar confianza, ¿cómo lo describirías a ese momento, o qué haces vos en relación a eso?

Profesor-tutor: En el caso mío, muy particular mío, manejo una herramienta que es muy importante que es el mate, aunque te parezca una boludez, yo llevo el mate, y la primera clase no, no tiro un ejercicio que ocupa una hoja, la primera clase se charla, se habla mucho, trato de hacer entender... hay algo muy cierto en todo esto, que la noción, nociones bá-

sicas de matemática y por ahí no tan básicas las tenés vos, yo y cualquier persona del mundo. (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 2)

En estas expresiones del docente, se podría reconocer una de las estrategias que este despliega dentro de su práctica pedagógica para alivianar el temor de los estudiantes a su materia, eligiendo un elemento que el docente le llama herramienta. Es decir, algo que él usa para generar ciertos efectos en el sujeto. Sobre todo, que se pueda lograr confianza entre él y el/la estudiante. El mate, como objeto principal en la construcción de un vínculo que no esté atravesado por el miedo sino por la confianza entre sujetos.

Luego agrega:

Si a la mañana fuiste a comprar una oferta de alitas y después pasaste por la verdulería, manejás números naturales. Manejás números enteros, probablemente sepas las operaciones básicas de matemáticas, y más. Yo siempre trato de hacer entender que matemática sabemos todos, y todas, después organizar esos conocimientos, y tratar de aplicarlos a las actividades que están en los módulos es otro tema que lleva más tiempo pero que se puede hacer. (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 2)

En esta sección de la entrevista, comenta una estrategia de mediación entre estudiantes y su materia, donde plantea una idea central que buscaría demostrar al estudiante que todos/as construimos y desplegamos saberes matemáticos, y que esto se reconoce en la vida diaria de cada uno/a. En este sentido estaría refiriendo a la idea de que pensamiento matemático tenemos todos/as, intentando dar cuenta de que todas las personas nos relacionamos de alguna manera con esta área de conocimiento, y que su desafío como docente podría ser *organizar* esos saberes de acuerdo a las lógicas y modos de trabajar con el saber matemático que exige este programa educativo.

Luego aclara: "y desde ese costado, tomando mate y tratando de generar un ambiente amable, ameno, no tan rígido, no tan frío, es que yo logro, o por lo menos creo que logro esta... eh, perderle un poquito de miedo a los números" (entrevista Nro 1. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 2)

Para este docente pareciera que tanto el uso del mate como los reconocimientos de aspectos de la matemática en la vida diaria de los estudiantes serían usados como estrategias de construcción del vínculo con el estudiante desde la generación de un "ambiente amable" que intentaría una transformación de sentidos otorgados por los/as estudiantes a la matemática. Pareciera que para este docente la construcción del vínculo con sus estudiantes y la creación de un ambiente amable son considerados un medio para perder el miedo que habrían adoptado en otras experiencias socioeducativas, porque ya habría un vínculo previo que los estudiantes han construido con el objeto que está condicionado (¿o alimentado?) por ese miedo.

Por ahora proponemos que atender los miedos en el trabajo matemático implicaría problematizar cómo los estudiantes se relacionan con el objeto a aprender, hacer cosas con el objeto luego de alivianar los sentidos vinculados al miedo. Trabajar los miedos y equivocaciones en matemática insinuaría aspectos clave de su práctica pedagógica, nuestro objeto de estudio.

Hacer posible la escuela

Retomando lo planteado por Achilli (2013) sobre el diálogo entre trabajo de campo y trabajo conceptual, interesa relacionar la idea de temor o miedo a las matemáticas con el concepto de *textos culturales* trabajado por Lila Abu-Lughod (2005).

Abu-Lughod plantea que "diferentes textos culturales⁵ son producidos, puestos en circulación y consumidos" por los sujetos dentro de un grupo social. En su trabajo plantea que cuando a un grupo social se le ofrecen textos culturales que circulan en otro grupo social se pueden producir resistencias a apropiarse de ellos.

Teniendo en cuenta esto, diremos que entre los estudiantes, el módulo y los profesores entrevistados, circulan textos culturales que entran en juego y en tensión a través del "temor a equivocarse", conformándose una dimensión de análisis que nos permite comprender mejor sus prácticas pedagógicas. Así, el temor en experiencias socioeducativas de los estu-

⁵ La autora no refiere específicamente a textos como algo escrito, sino como textualidades que circulan entre diferentes grupos sociales.



diantes sería algo que ingresa en la práctica pedagógica de este docente quien intenta alivianar un condicionante de la apropiación de textos culturales necesarios para el cursado.

En otra entrevista el primer profesor mencionado describe sus mediaciones con estudiantes del módulo 1:

...me voy adaptando, al módulo lo voy adaptando al alumno porque hay alumnos que vienen con conocimientos básicos y hay alumnos que no. Por ahí hay que empezar de mucho antes. Además explica que va "hablando con el alumno y viendo qué contenidos trae y qué contenidos le estaría faltando del módulo. (entrevista Nro 2. Profesor-tutor de matemática. Escuela Nro 3)

Estos discursos proponemos relacionarlos con aportes teóricos trabajados por Grimson (2011). En especial nos interesa el concepto de *configuración cultural* ya que:

...enfatiza la noción de un marco compartido por actores enfrentados o distintos, de articulaciones complejas de la heterogeneidad social. (...). En primer lugar, las configuraciones son campos de posibilidad: en cualquier espacio social hay representaciones, prácticas e instituciones posibles (aunque no sean mayoritarias); hay representaciones, prácticas e instituciones imposibles, y hay representaciones, prácticas e instituciones que llegan a ser hegemónicas. (p.172)

Consideramos relevante la idea de configuraciones culturales pues ampliaría lo planteado por Abu-Lughod (2006) sobre textos culturales entendiendo que estos circularían en campos de posibilidad (Grimson, 2011) donde la escuela puede ser -o no- una institución posible. Los discursos del primer docente sobre adaptar el módulo e intentar conocer "qué contenidos trae" el estudiante como los planteados por el segundo docente acerca de su intención de "hacer entender (a los/as estudiantes) que matemática sabemos todos, y todas" insinuarían configuraciones culturales que atraviesan las prácticas pedagógicas de estos sujetos expresadas en sus mediaciones para que la escuela devenga en campo de posibilidad para los estudiantes. Y en relación al miedo a las matemáticas, alivianar el temor a equivocarse en la escuela volvería posibles los textos culturales que propone el progra-

ma EDJA, y podría tensionar las configuraciones culturales que circulan entre estudiantes y tornan la matemática -o la escuela- en algo que produce temor a equivocarse ubicándola como institución imposible.

Vigilancias y desafíos teóricos metodológicos al calor del análisis interpretativo

Algunos desafíos para la observación y registro de interlocuciones en el trabajo de campo

Un aspecto para atender en cuanto al trabajo de campo en curso, refiere a los modos variables de asistir y permanecer en el aula de los estudiantes, que ingresan y salen del aula en muchos momentos de la jornada, la circulación de docentes y estudiantes que se dan en el aula, las conversaciones que se entablan entre docentes, entre estudiantes, estudiantes y docentes, etc. Estas características configuran un espacio físico donde se da mucha circulación de personas y por momentos con mucho sonido ambiente, por lo que los diferentes sujetos conversan pero no es del todo audible qué es lo que dicen.

Sumado a esto, las maneras de mediación que realizan los docentes entre estudiantes y el trabajo con el módulo o las instancias evaluativas se dan con una cercanía física entre ellos que hace que las interlocuciones sean de difícil acceso para el observador cuando está ubicado en un lugar distante dentro del aula.

Estos aspectos conforman algunos desafíos que estamos atendiendo en este momento de la indagación, elaborando estrategias teóricas metodológicas para poder acceder a conocer las mediaciones docentes más de cerca y profundizar en la comprensión de las prácticas pedagógicas de este profesor-tutor de matemática.

Cercanías y distanciamientos en la experiencia etnográfica

En este segmento traemos a la reflexión algunas consideraciones teóricas metodológicas planteadas en la presentación del problema de investigación que refieren a desafíos vinculados a la experiencia como docente del programa que estamos analizando. Los mismos, se configuran en el análisis interpretativo de elementos empíricos que, si bien fueron advertidos

desde un principio -cuando comenzamos con el proceso de construcción del problema de investigación- al momento de analizar lo vivido y registrado en trabajo de campo, precisan nuevas vigilancias vinculadas a tener cierta familiaridad con el tema que nos interesa. La experiencia etnográfica que llevamos adelante implica atender nuestra *cercanía* con lo que deseamos conocer en términos de Pallma y Sinisi (2004), quienes proponen que precisamos hacer un esfuerzo para poder "mirar con otros ojos" aquellos espacios sociales que hemos transitado durante un período de tiempo, como sucede con lo que nos interesa conocer: las prácticas pedagógicas de profesores-tutores de matemática del programa EDJA.

Teniendo en cuenta lo anterior, se considera importante mostrar que el ingreso al campo por medio de la entrevista y los análisis que venimos construyendo a partir de observaciones en curso, proponía el desafío de la no directividad (Guber, 2001). Esto implica que evitemos mirar la práctica pedagógica buscando respuestas desde prácticas de enseñanza deseables, donde las imposiciones de nuestras maneras de concebir las prácticas que observamos, obturarían la posibilidad de conocer lo nuevo. Por ejemplo, cuando el entrevistado hablaba de lograr que para el estudiante la matemática sea fácil y atender a no complicarlos con las actividades que se les propone, se presentó la duda como investigador de estar asociando la idea de fácil o no complicado con lo superficial o la falta de reflexión. Pero, esto no respondía a conocer qué significaba para este docente las prácticas que estaba describiendo en su discurso. Es decir que desde esta óptica y con los propios "lentes de pedagogo", los sentidos que el docente construye acerca de sus prácticas quedaban ocultos, solapados por la mirada prescriptiva, condicionando nuestra manera de ""interpretar" en el sentido de "entender" los significados que producen los sujetos en sus contextos particulares" (Achilli, 2005, p.41). A raíz de esto se trabajó en objetivar este supuesto construido desde la experiencia como coordinador para dar lugar a otra mirada en relación a lo planteado por el profesor. Ahora ¿Cómo interpretar esto de manera analítica?

Para acercarnos a conocer lo planteado en nuestros objetivos de investigación que pretenden describir y analizar los sentidos que los docentes de matemática construyen sobre las experiencias socioeducativas de los estudiantes, intentamos tomar cierta distancia de nuestros propios supuestos a partir de interrogantes como ¿Qué significa para este docente la idea de que la matemática sea algo fácil para el estudiante? y ¿Qué re-

laciones puede tener eso con las maneras en que el docente media entre sus estudiantes y las actividades propuestas en el módulo? ¿Qué implica la idea de complicar o no complicar al estudiante y cómo esta idea se vincula con las maneras de concebir las experiencias socioeducativas de los estudiantes? De este modo, intentamos pensar posibles relaciones entre las enunciaciones del profesor entrevistado con la posición que este desearía ocupar en relación al estudiante y un posible intento de que los estudiantes construyan una mirada más "positiva" sobre las matemáticas. Para este docente, cambiar el lugar que ocupa la matemática para los estudiantes implicaría problematizar la relación que el sujeto construye con el objeto a aprender. Un sujeto que pueda hacer cosas con el objeto luego de alivianar los sentidos vinculados al miedo que ha construido en torno a éste y retomando saberes que tiene apropiados. En este sentido, trabajar con los miedos y las equivocaciones en matemática ya parece insinuar posicionamientos de este docente en torno a esta área de conocimiento y al proceso de ir construyendo la posibilidad de pensar a las matemáticas como algo posible.

Conclusiones

Recapitulando lo presentado en los apartados anteriores, en este trabajo se planteó aproximaciones a una descripción analítica del programa EDJA y resultados parciales del análisis de entrevistas etnográficas del trabajo de campo en curso. Propusimos algunas discusiones teórico-metodológicas emergentes del proceso y modos de articulación entre "fragmentos de información empírica" (Achilli 2005 p. 86) y referentes teóricos.

Además, compartimos algunas discusiones teórico-metodológicas emergentes en la toma de decisiones vinculadas al trabajo de campo, así como algunos desafíos y vigilancias en la construcción de los análisis.

En el primer apartado se presentó la construcción del problema de investigación y objetivos generales y específicos. En el segundo apartado mencionamos resoluciones teóricas metodológicas. En el tercer apartado planteamos una primera descripción analítica del programa educativo en el que se centra la investigación haciendo foco en la complejidad de la organización y administración del programa EDJA en cuanto a la heterogéneas maneras de articulación entre las sedes de la modalidad a distancia y los CENMA "madre" donde se concentra la gestión administrativa;

también referimos a la diversidad en la construcción de acuerdos entre equipos de gestión del CENMA a distancia y directivos de las escuelas con las que comparte edificio para la obtención de recursos e infraestructura para el sostenimiento del mismo; se analizaron normativas ministeriales nacionales y provinciales vinculadas reconocimiento de trayectorias que los/as estudiantes transitado en su experiencia educativa y se proponen posibles relaciones que esto tiene con la conformación de la heterogeneidad en los grupos de estudiantes que conforman los centros educativos del programa en estudio; se describieron diversas maneras de asistir y permanecer en el aula por parte de los/as estudiantes; se hizo foco en describir y analizar la diversidad y simultaneidad con que se despliegan mediaciones docentes y la circulación de sujetos en el aula; además se comenta sobre los heterogéneos modos y ritmos de evaluación y acreditación que transitan los estudiantes y la relación. En el cuarto apartado, compartimos aproximaciones analíticas sobre las mediaciones y sentidos docentes. Allí presentamos algunos análisis de discursos docentes proponiendo un diálogo entre el trabajo de campo y el trabajo conceptual (Achilli, 2013) que problematiza sobre las ideas de "temor a las matemáticas" y "hacer posible la escuela" para analizar los discursos de docentes. En el quinto apartado propusimos vigilancias y desafíos teóricos metodológicos emergentes durante el análisis interpretativo y la consideración de algunas maneras de atenderlos, nos orientamos a reflexionar sobre desafíos para la observación y registro de interlocuciones en el trabajo de campo que nos presenta en particular el programa EDJA, y consideramos particularidades que nos suscita la cercanía (Pallma y Sinisi 2004) con el objeto de estudio y los distanciamientos que necesitamos favorecer en la experiencia etnográfica.

Todos los elementos que se presentaron en los diferentes apartados constituyen una complejidad que se dinamiza en las jornadas escolares configurando diferentes lugares desde donde mirar las prácticas pedagógicas de los docentes que estamos estudiando. Elementos todos que se despliegan en simultaneidad, conformando particularidades en las prácticas de profesores/as-tutores/as, donde la heterogeneidad pareciera ser una característica clave que los atraviesa.

En este trabajo intentamos dar cuenta de avances en el proceso llevado adelante en nuestra investigación, a partir de distintos puntos desde donde analizar nuestro problema de investigación, los mismos serán retomados y profundizados en próximos desarrollos a partir de continuar con el trabajo de campo avanzando en el análisis y ampliando la mirada en la construcción de conocimiento sobre nuestro objeto de estudio, las prácticas pedagógicas de profesores-tutores de matemática en el programa EDJA.

Referencias

- Abu-Lughod, Lila. (2005). La interpretación de las culturas después de la televisión. *Etnografías contemporáneas*, 1, 57-90.
- Achilli, Elena. (2005) Investigar en antropología social. Los desafíos de transmitir un oficio. Rosario: Laborde Libros Editor.
- Achilli, Elena. (2008). Investigación y formación docente. Rosario: Laborde Editor.
- Achilli, Elena. (2013). Investigación socioantropológica en educación. Para pensar la noción de contexto. En Nora Emilce Elichiry (comp.), Historia y vida cotidiana en educación, (pp.33-48), Buenos Aires: Manantial.
- Argentina (2006). Ley Nacional de Educación N° 26.206.
- Bustamante Vismara, José (2016). Construcción estatal y desarrollo escolar (Córdoba, Buenos Aires y Entre Ríos, 1820 1850). *Historia de la Educación. Anuario, 17*(1), 50-71.
- Consejo Federal de Educación. (CFE, 2007). Resolución 32/07.
- Consejo Federal de Educación. (CFE, 2010). Resolución 118/10 y anexos I y II.
- Grimson, Alejandro. (2011). Los límites de la cultura. Crítica de las teorías de la identidad. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.
- Guber, Rosana. (2001) La etnografía, método, campo y reflexividad. Bogotá: Grupo Editorial, Norma.



- Martínez Boom, Alberto (2014) Escuela y escolarización: del acontecimiento al dispositivo. En Alberto Martínez Boom y José Bustamante Vismara (comp.), Escuela Pública y Maestro en América Latina. Historias de un acontecimiento, siglos XVIII-XIX, (pp.33-60). Buenos Aires Bogotá: Prometeo Universidad Pedagógica Nacional.
- Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. (MEPC, 2016). Resolución 152/16, anexo I. https://www.cba.gov.ar/wp-content/4p96humuzp/2017/02/Res-152-16.pdf
- Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. (MEPC, s.f.). *Diseño curricular de la Formación General*. Programa de Educación a Distancia de Jóvenes y Adultos, Nivel Secundario. https://hacemosescuela.cba.gov.ar/jovenes-y-adultos/
- Pallma, Sara y Sinisi, Liliana. (2004) Tras las huellas de la etnografía educativa. Aportes para una reflexión teórico metodológica. *Cuadernos de Antropología Social, 19,* 121-138.
- Rockwell, Elsie. (2007) *Hacer escuela, hacer estado*. México: El Colegio de Michoacán CINVESTAV CIESAS. Fragmentos seleccionados.

II.

Formación docente y materiales de enseñanza matemática

- 10	nlête ce	tableau:
a Borne	10	s baguettes t les cubes
-courte	souls	
34		
-	HIII	II D

5

Acerca de diferentes designaciones de los números naturales

Dilma Fregona*

Introducción

Convergen en esta propuesta dos líneas de investigación en torno a la Censeñanza de la matemática en diferentes niveles del sistema, particularmente en la formación inicial y continua de docentes. Problematizamos el estudio del sistema de numeración decimal y su vinculación con las operaciones en el conjunto de los números naturales.

En una de esas líneas, relativamente reciente, abordamos el estudio de los números grandes (que caracterizamos como aquellos que, en el sistema decimal, tienen siete o más cifras) que se tratan a fines de la escuela primaria e inicios de la secundaria. Este trabajo se enmarca en un pequeño grupo de estudio e investigación conformado en torno a la Dirección General de Educación Superior (DGES) de la Provincia de Córdoba.

En la otra, estudiamos documentos provenientes del Fondo de Recursos Guy Brousseau, de la Universidad Jaime I (UJI) de Castellón, España. Dicho Fondo se constituyó en 2010 con materiales producidos por el Centre d'Observation et de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM)¹, desde 1972 y por más de 25 años. Ese Centro fue un dispositivo creado para elaborar y experimentar ingenierías didácticas de investigación en una escuela primaria con el status de "escuela para la observación". Ese establecimiento es la Escuela Michelet, en Talence, localidad próxima a Bordeaux.

Reuniremos esas trayectorias en un breve análisis de una propuesta de un texto de primer año de la escuela secundaria y otro de sexto grado de la escuela primaria para estudiar el objeto específico en el grupo de DGES.

¹ Véase https://guy-brousseau.com/le-corem/presentation/ El portal del Fondo de Recursos es: https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/62668

^{*} Profesora Consulta, UNC / dilma.fregona@unc.edu.ar

Una imagen que configuró el problema

Parte del trabajo de campo para indagar cómo se estudian los números grandes a fines de la primaria e inicios de la secundaria, fue analizar libros de texto utilizados con mayor frecuencia en las escuelas de la zona de influencia de un instituto de formación docente de la Provincia de Córdoba.

Entre varias actividades discutidas, seleccionamos la presentada en la Imagen 1, que lleva por título "Composición y descomposición en potencias de 10".

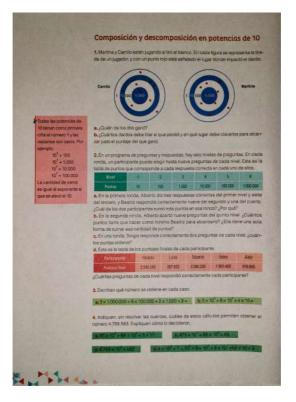


Imagen 1. Título: Actividad "Composición y descomposición en potencias de 10". Fuente: Kurzrok et al., 2017, p.10.

La página muestra cuatro tareas, y a la izquierda un cuadro sobre fondo rojo donde aparecen anotadas algunas potencias de 10. Ese cuadro es el que nos interesa analizar, porque aporta cierto discurso justificativo que puede sustentar un modo de hacer una tarea determinada². ¿Oficia como institucionalización, como saber matemático de referencia en ese momento de la enseñanza? Nuestro primer análisis no alcanza a dar una respuesta aproximada a esta cuestión.

La primera tarea es un juego de tiro al blanco, donde se proponen números de hasta cuatro cifras. La segunda, propone armar números y compararlos según un puntaje que utilizando dígitos del 1 al 9, se multiplican por potencias de 10. Así los dígitos supuestamente obtenidos aparecen multiplicados por 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 y 1.000.000... ¿Y la multiplicación por 1? Ya sabemos que da el mismo dígito, pero con esa ausencia obtenemos solamente puntajes totales cuya cifra de las unidades simples (Chambris et al., 2021) es cero. Cada uno de los valores de las cartas puede ser tomado como unidad relativa, de todos modos, con este juego de cartas solamente se alcanzan números que son múltiplos de 10.

Además, los puntajes se distinguen por niveles, asociados a potencias de 10 expresadas, en el cuadro de la izquierda con notación exponencial. Por ejemplo, el nivel 3, coincide con 10³. Los niveles en la tabla son seis (de 10 hasta un 1.000.000), y el cuadro rojo muestra los exponentes de 2 a 5, donde además no se incluyen los exponentes 1 y 0 aunque el nivel 1 existe en el contexto del juego.

La consigna no nos parece clara, asumimos que la docente en acuerdo con la clase acordará las reglas del juego y conjeturamos que la decisión de las autoras es proponer una actividad lúdica que puede ser atractiva para la población de destino. Varias cuestiones nos planteamos en el grupo de trabajo, encontrábamos que había algo raro en esa propuesta... Parece arbitraria la condición "En cada ronda, un participante puede elegir hasta nueve preguntas de cada nivel." ¿Por qué? ¿Está habilitado a no elegir ninguna en un nivel dado? ¿Y en ese caso, cómo se designa el puntaje obtenido?

En el cuadro que nos interesa discutir se presenta la notación exponencial de algunas potencias de 10, desde el exponente 2 al 5. En lecciones

² En términos de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), los elementos de una obra matemática son: tarea, técnica, tecnología y teoría.

Acerca de diferentes designaciones de los números naturales

anteriores se introduce la potenciación tomando como base diferentes números, y se da nombre a sus elementos (base, exponente, potencia). ¿Cómo se fundamenta la decisión de incluir algunas potencias de 10? ¿Es necesario ese discurso para resolver la tarea presentada? ¿Contribuye a profundizar en algún sentido el objeto matemático "sistema de numeración decimal" así como está propuesto?

No desconocemos la importancia de la descomposición polinómica en el estudio de un sistema posicional de numeración. Para ser claros en lo que planteamos, damos un ejemplo: hay una colección que tiene 4.027 objetos, esa forma de designar el número es lo que se usa habitualmente en instituciones educativas a partir del cuarto grado de escolaridad. Pero también se lo puede designar oralmente como cuatro mil veintisiete; y como combinación de productos y sumas: $4 \times 1.000 + 2 \times 10 + 7$. También podría escribirse como: $402 \times 10 + 7$. Las unidades simples, que en lenguaje coloquial describimos como sueltas, son 7 porque no alcanzan a formar una decena más.

La notación exponencial permite escribir, de manera abreviada: $4 \times 10^3 + 2 \times 10 + 7$. Sin embargo, cuando comienza el proceso de uso de este modo de designación, podría darse la expresión completa de las potencias de $10: 4 \times 10^3 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$.

Y aquí está el nudo del problema que encontramos en ese cuadro, sobre el que volveremos más adelante.

Otro juego de cartas

En otro libro de texto destinado a alumnos de fin de la escuela primaria, utilizado en una escuela de la zona, también encontramos un juego de cartas similar, sin notación exponencial. La Imagen 2 muestra una tabla bajo el título "Multiplico por 10, 100, 1.000"



Imagen 2. Título: Actividad "Multiplico por 10, 100, 1.000". Fuente: David et al., 2019, p.9

El valor de las cartas es: 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000 y hay que completar una tabla en la cual participan cuatro jugadores. Se incluye una columna con el puntaje total obtenido para dos de los jugadores. Para los otros dos, esa columna es dato y deben calcular, bajo ciertas restricciones (por ejemplo, para Fran no se puede usar el millón), las cartas faltantes para alcanzar el número dado. ¿Es válido responder, para Rochi, 1245 en la columna de mil? ¿Por qué no hay cartas cuyo valor sea la unidad simple? Los puntajes totales obtenidos tienen cero en la cifra de las unidades... Como en el juego de la Imagen 1, solo se obtienen múltiplos de 10. Pero a diferencia de ese juego, aquí se pueden admitir factores que tienen más de un dígito. Por ejemplo, para obtener 1.245.060 puntos, se puede pensar en 50 cartas de 100, 6 de 10 y 124 de 10.000... ¿o tiene que haber cifras en la columna de un millón?

Podríamos plantear otras cuestiones sobre esta tarea, pero nos interesa pensar cuál es la gestión que puede llevar a cabo el docente para darle mayor sustancia al estudio del sistema de numeración decimal a partir de esos juegos.

Algunas cuestiones fundamentales que vienen a responder los sistemas de numeración

Desde la perspectiva de la TAD (Chevallard et al., 1997), toda obra matemática se construye como respuesta a un tipo de cuestiones o de tareas problemáticas (intra o extra matemáticas) para una comunidad en un tiempo determinado.

Para identificar esas cuestiones consideramos necesario problematizar, aunque brevemente, la noción de número natural y específicamente de los sistemas de representación de cantidades discretas. Con ello nos proponemos distinguir las consecuencias de las decisiones tomadas en actividades para la formación matemática de alumnos de la escolaridad obligatoria. Tomamos una cita de un texto destinado a la enseñanza de la matemática:

Los números naturales son los que usamos para contar: 1, 2, 3, 4, ..., 27, ..., 89, ..., 9650, ..., 23564456, ... Cada uno de estos símbolos y el nombre correspondiente nos permite identificar cuántos elementos tiene una colección determinada. Los números naturales permiten responder, entonces, a la pregunta ¿cuántos hay? Los diferentes sistemas de numeración que el hombre desarrolló en el transcurso del tiempo hacen que no sea necesario tener presentes los objetos para recordar cuántos hay o para comunicar cuántos tenemos: además según el grado de desarrollo alcanzado, los sistemas de numeración permiten realizar diferentes cálculos y anticipar una enorme gama de hechos. (Bartolomé y Fregona, 2003, p.135)

Se vincula así la noción de número natural y los sistemas de representación. Desde la TAD un modo de plantear la tarea problemática es: ¿Cómo expresar el cardinal de una colección finita (es decir, el número natural) mediante una representación escrita que sea un instrumento útil para el desarrollo de la aritmética elemental? (Sierra Delgado, 2006, p. 57)

Según el autor, en la actualidad, esta cuestión se puede responder de un modo directo cuando el sujeto que debe llevar a cabo la tarea de contar y comunicar la cantidad recurre al sistema de numeración decimal. Diferentes culturas aportaron durante siglos soluciones más o menos accesibles para realizar tareas consideradas fundamentales con los números naturales, tales como representar cantidades de manera unívoca y cómo-

da, comparar esas escrituras y realizar los cálculos de las distintas operaciones.³

El número cero apareció tardíamente en la evolución de los sistemas de numeración: cuando se cuenta una colección se comienza por 1. Cuando las civilizaciones dispusieron del cero, finalmente fue posible desarrollar el sistema de numeración decimal usual⁴. Utilizamos diez símbolos que son el cero y los primeros nueve números naturales: 0; 1; 2; 3; 4, 5; 6; 7; 8 y 9.

Por razones teóricas, el cero aparece con comportamientos que muestran ciertas rarezas con respecto a los otros números. Por ejemplo, cualquier número multiplicado por cero, da cero.

La división por cero no puede resolverse, y la potencia cero de cualquier número es 1. Una potencia cuyo exponente es 1, es igual a la base. Así, $10^1 = 10$

Estos elementos tecnológicos serán útiles para interpretar el cuadro que nos resulta problemático.

¿Cuál es el nudo del problema que manifiesta el cuadro de la imagen 1?

"Todas las potencias de 10 tienen como primera cifra el número 1 y las restantes son cero", es la primera afirmación. ¿Es necesario? Ya definieron potencia de un número, además hace ruido la descripción de la primera cifra, ¿dificulta más el acceso aclarar que es la primera de la izquierda?

Luego, se muestra una notación exponencial que abarca de 10² a 10⁵. Se omiten las unidades simples (10⁰) y las decenas (10¹) aunque en los niveles del juego hay cartas que valen 10, pero no las que valen 1. Sería un problema interesante para trabajar con los alumnos identificar cuál es el mayor y el menor puntaje que es posible obtener con los aportes de ese cuadro, o siguiendo los niveles de la tabla. Por ejemplo, según el cuadro no tenemos una expresión para los puntajes menores que 100 ni los que tienen siete cifras. ¿Contribuye la información del cuadro para resolver la cuarta tarea y obtener la escritura de 4.789.563?

³ Véase Sierra Delgado (2006), capítulo II.

⁴ En este sistema, los agrupamientos son de a diez y hay igual cantidad de símbolos, análogamente puede hacerse agrupamientos de a 2, 3, 4, etc. y entonces se está trabajando en base no decimales.

Las reglas del juego que muestra el texto transgreden la primera función del sistema de escritura: representar las cantidades de manera unívoca. Otro problema a plantear podría ser cómo cambiar las reglas de modo tal que se pueda escribir cualquier número comprendido entre 0 y 9.999.999.

En el contexto del juego parece no importar que todos los puntajes tengan un cero en la cifra de las unidades simples, pero el cuadro, como ya lo dijimos, presenta un discurso que parece aproximarse por la simbolización a una justificación matemática y sin embargo empobrece, distorsiona el objeto de estudio.

En el mismo sentido de debilitamiento en el estudio del tema, la lección "Sistema de numeración decimal" en un libro de primer año de la escuela secundaria comienza con la Imagen 3.

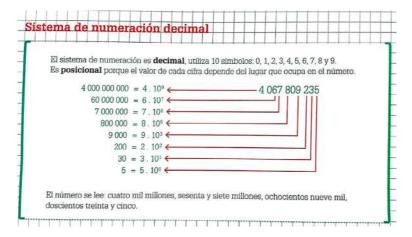


Imagen 3. Título: Lección "Sistema de numeración decimal". Fuente: Effenberger, 2016, p.7

Al destinatario, se le propone leer/interpretar ese cuadro. En las páginas siguientes hay tareas donde se pide el nombre de los números, se utiliza la notación exponencial... pero dado que este tipo de esquema se utiliza desde al menos seis décadas en las escuelas primarias argentinas, aquí nos detendremos un momento.

Observamos que sí aparece la potencia cero para designar la cifra de las unidades simples, sin embargo, no se identifican las potencias para aquellas posiciones donde la cifra es cero. ¿Por qué? ¿Otra vez un tratamiento particular para el cero? La incorporación del cero, como ya dijimos, fue fundamental para la construcción de los sistemas de numeración posicionales⁵. Indica, precisamente, que en ese lugar no hay unidades simples o relativas sueltas. En el ejemplo de la Imagen 3, para 10⁴ y 10⁸, no hay decenas de mil y centenas de millón sueltas.

Las últimas líneas de la imagen indican cómo se lee ese número de nueve cifras, tal vez el docente pueda tomarlo como ejemplo y agregar o quitar cifras. El libro no lo propone, pero tal vez sea un buen momento para explicar/retomar la reiteración de unidad, decena, centena acompañada del cambio de unidades relativas. Y también, como indica el título de este capítulo, incorporar al estudio de los números las escrituras diferentes tomando otras unidades. Por ejemplo, en unidades de millón y unidades de mil, tendríamos: 4.067 millones + 809 mil + 235. En notación exponencial: $4.067 \times 10^6 + 809 \times 10^3 + 235$. O en decenas: 406.780.923 + 5

Este tipo de tareas puede favorecer el acercamiento a los números grandes, ya que hemos observado con cierta frecuencia que alumnos de primer año de la escuela secundaria pueden leer números de hasta cuatro cifras, pero se les complica la tarea para los mayores.

Una advertencia: en estas escrituras diferentes de un número nos mantenemos en el estudio de los números naturales, no estamos entrando en escrituras decimales que a menudo aparecen en contextos cotidianos, como el número de "me gusta" en redes sociales o cantidad de habitantes de una población. Allí, si hay 18,729 mil seguidores en una cuenta, si se agrega uno, tendremos 18,730 mil seguidores... Atención, se está en peligro de quebrar la densidad de los números decimales y entonces tenemos un siguiente o un anterior de un número con coma. ¿Es grave? No, si docentes y alumnos están prevenidos y se mueven en ese contexto.

⁵ El antiguo sistema de numeración chino contaba de símbolos para los dígitos (de 1 a 9) y luego otros para 10, 100 y 1000. La escritura de las cantidades, hasta cierto número, se realizaba por la yuxtaposición los símbolos.

¿Por qué consideramos importante dar diferentes designaciones de las cantidades?

En este apartado es donde estrechamos las relaciones entre las líneas de investigación mencionadas en la introducción: del estudio sobre la enseñanza de los números grandes nos aproximamos a las indagaciones anteriores sobre documentos provenientes del Fondo de Recursos Guy Brousseau. Los estudios que llevamos a cabo ponen de relieve cómo a partir de escrituras aditivas o multiplicativas de colecciones relativamente grandes, alumnos de los primeros años de escolaridad primaria construyen técnicas para resolver las operaciones aritméticas elementales. Veamos brevemente un recorrido para designar colecciones donde no se sigue una progresión tradicional.

Brousseau, después de cinco décadas de haber publicado su primer libro en 1964 destinado a alumnos del primer año de escolaridad primaria en el contexto de la enseñanza de las "matemáticas modernas", expresa: "[...] esta obra es un manifiesto a favor de un enfoque moderno de la enseñanza de las matemáticas. Más aún, es una verdadera provocación por el número de disposiciones tradicionales que transgrede" (2015, p.1).

A fines de 1960, Brousseau (1972) expresa que una de esas transgresiones de las prácticas de enseñanza en la Escuela Michelet estuvo relacionada con la construcción de procesos de designación de colecciones que permitieron la construcción de los números y de sus relaciones.

Acerca de la designación de los números y la adición

Al inicio del primer año de escolaridad, los alumnos de 6 y 7 años, después de comparar colecciones utilizando la correspondencia uno a uno, se encontraban con el número como una propiedad de colecciones equipotentes de objetos diferentes. Además de la manipulación de pequeños objetos, se trabajó el nombre del número y la escritura. Se observa un trabajo con los dígitos y luego un salto hacia números de dos cifras, sin pasar por el diez. Se menciona 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 14, 17. Se propuso entonces dar el cardinal de una colección numerosa, la cual generó inicialmente desconcierto en los alumnos y les permitió experimentar nuevas "necesidades" en términos de conocimientos matemáticos a construir. El cardinal de la colección actuó como una *variable didáctica* de la situación ya que el valor

que tomó esa variable modificó el conocimiento necesario para resolverla. Una de las técnicas a la que recurrieron los alumnos, y que se institucionalizó localmente, fue la partición de la colección y la designación numérica de cada parte por un símbolo convencional. Por ejemplo, con los símbolos conocidos y la introducción del signo + los alumnos designaban inequívocamente cantidades: "8+6"; "8+6+5"; "14+2+8+8". El signo "+" se presentaba como una convención que reemplazaba a "y" o a la coma, entonces 6+5+6+4 no es, en un primer tiempo, una operación a realizar, sino la escritura aditiva de un número previa a la escritura usual. Se articulan las colecciones, el nombre de los números y sus diferentes escrituras, con ciertas limitaciones en el orden de magnitud⁶.

Una breve trayectoria, necesariamente incompleta en el complejo entramado de ese proceso de enseñanza nos posibilita identificar algunos hitos. El estudio de la adición incluye las equivalencias entre escrituras aditivas y escrituras usuales de un número y la comparación de números escritos bajo diferentes formas. El trabajo con las relaciones de igualdad y desigualdad a través de la comparación de números y escrituras aditivas refuerza el tratamiento de la designación de números. Poco a poco se privilegian las escrituras aditivas correspondientes al sistema de numeración decimal (como las del tipo 10+10+...+10), técnica que redundará en beneficio de los cálculos de las operaciones, particularmente, en las descomposiciones de factores en la multiplicación. Además, podemos visibilizar un trabajo sostenido de memorización de un repertorio aditivo con sumas que dan 10, vinculado al cálculo mental. Se introduce el 100 como 10 decenas y se escriben y comparan números de dos cifras.

A medida que se avanza en la designación de números mediante escrituras aditivas, se introduce la operación adición. El repertorio memorizado de cálculos, el trabajo sobre cálculos horizontales, el uso de la calculadora y la reducción de escrituras aditivas (6+5+3+4+1 deviene en 11+3+5, luego 11+8 y, finalmente,19), son instrumentos adecuados para el estudio de la técnica de cálculo usual de la adición en columna. Se organiza una progresión de aprendizajes a través de un ir y venir de tareas de escritura y comparación de números. Destacamos fases de institucionalización de repertorios aditivos entre dígitos (particularmente los que dan 10) de

⁶ Si bien al superar la manipulación de colecciones, es posible acceder a números grandes, estos lo son en un rango relativo.

Acerca de diferentes designaciones de los números naturales

modo que se establece una regla en la clase que solo habilita estas técnicas de cálculo.

De modo análogo al trabajo realizado con las escrituras aditivas de un número del cual se desconoce su nombre y escritura, se introducen las escrituras multiplicativas para designar colecciones cuyos elementos estaban dispuestos en una configuración rectangular. En el segundo año de escolaridad, la técnica de partición de una colección para dar su cardinal es constitutiva de la estrategia de base para calcular la escritura usual del número 14×18 (Fregona et al., 2023, p.71).

El estudio de esas secuencias de enseñanza, de las planificaciones diarias y registros de observaciones de clases producidas por docentes, producciones individuales o grupales de los alumnos, tesis de posgrado, etc. nos despiertan una sensibilidad particular hacia los docentes y los estudiantes en formación docente que como una herramienta fundamental toman un libro de texto como documento curricular. Esa es parte de nuestra trayectoria, no estamos diciendo que es la única manera de lograr ese acercamiento a la tarea de enseñar matemática, en este caso, que es responsabilidad de la comunidad educativa.

Hasta aquí, en este apartado, tomamos motivaciones, reflexiones, explicaciones de docentes e investigadores involucrados en el trabajo en la Escuela Michelet. Veamos algunas de las tareas que involucran las diferentes designaciones de los números y que fueron efectivamente propuestas a los alumnos de los primeros años.

En Francia, el año lectivo comienza en el mes de setiembre, la tarea propuesta a dos meses de clases es la que muestra la Imagen 4.

	mplète ce tableau: dessiner les baquettes de dix et les cubes souls	écriture en lettres	icriture additive.
34	Zenia		
		- 1 1 1 1 No.	50+10+10

- 10

A-L

0,0

11111

Imagen 4. Título: Actividad individual propuesta el 9 de noviembre de 1981.
Fuente: CE1 81/82, CAIA 131, CRDM-GB, UII

8 dizaines et

La resolución es individual ya que se trata de un control cuya función es determinar el desempeño de cada alumno. Se pide completar la tabla, cuyos encabezados son⁷: escritura más corta, dibujar las barras y los cubos sueltos, escribir en letras, escritura aditiva. Las barras y los cubos se refieren al material de Dienes8 en base diez, se trabaja el nombre de los números y la descomposición aditiva. De alguna manera, el dato en la escritura en letras y en la última columna refuerzan la escritura en decenas.

El 7 de enero de 1982, dos meses más tarde y con ese mismo grupo de alumnos, una planificación diaria propone identificar el valor de cada cifra en un número. El vocabulario recupera el material de Dienes en base 10, y seguramente está disponible en la clase por si algún alumno lo requiere, pero la planificación no lo incluye como recurso ni se pide dibujar estos objetos. La tarea es dar el número que tiene 8 paquetes de 10, 5 placas de 100 y 13 unidades. (CE1 81/82, caja 131, CRDM-GB, UJI)

⁷ La traducción de las consignas es nuestra.

⁸ Dienes, produjo en la década de los 70 un material para trabajar los agrupamientos en diferentes bases: la unidad era un cubito, el primer agrupamiento una barra, el segundo agrupamiento una placa, etc.

El 11 de mayo de 1982, para esa misma clase, la planificación lleva el título "Utilización de calculadoras", y se propone una tarea en grupos de a dos: escribir números de tres cifras, empezando por las unidades. Los números dados son 285 y 845. La validación del método utilizado por los diferentes grupos de alumnos se realiza en el conjunto de la clase. (CE1 81/82, caja 131, CRDM-GB, UJI)

¿Qué técnicas se activan? La consigna es precisa, empezar por las unidades, y luego pueden darse diferentes modos de hacer que involucran la posición de las cifras y la suma. Se nos ocurre, para 285 una secuencia: 5+80+200, también con la conmutatividad en el segundo y tercer sumando. O 5+280 o bien otras descomposiciones que involucren decenas y centenas tratando de hacer escrituras más largas.

En el tercer año de escolaridad primaria se continúa estudiando el sistema de numeración decimal, entre otras tareas, las del tipo: Encuentra un número sabiendo que la cifra de las centenas es 3, la cifra de las unidades es 7 y el número de decenas es 36. (CE2 1982-83 Caja 158, CRDM-GB, UJI, Control de fin del primer trimestre).

Seguramente el lector interesado querrá saber cómo se estudiaba en ese ámbito los números grandes. Lamentablemente no tenemos información al respecto ya que las búsquedas de documentos realizadas hasta el momento en el archivo del Fondo Guy Brousseau no incluían ese tema.

En las últimas décadas, la investigación en educación matemática, estudia la incorporación en la enseñanza primaria de una mirada algebraica sobre el estudio del sistema de numeración y las operaciones. Es necesario profundizar esas producciones, para conocer más precisamente el alcance de ciertas prácticas en la escolaridad obligatoria.

A modo de cierre

El análisis realizado se puede profundizar, y discutir con otros actores: docentes de primaria formadores de docentes, investigadores. Sería muy rico incorporar otras miradas. Hay aspectos que no tratamos, por ejemplo, ¿qué significa "sin resolver las cuentas" en la tarea 4 de la imagen 3? Es una consigna muy difundida en la escolaridad obligatoria, ¿se discute con los alumnos? ¿Se negocia un acuerdo?

Releemos este escrito y nos queda la sensación de que planteamos NO incluir actividades lúdicas en la enseñanza. Nada más lejos de lo que que-

remos comunicar. Tenemos la convicción de que los desafíos cognitivos propuestos en tareas grupales, son fundamentales para el aprendizaje.

Las propuestas de estudio en un libro de texto es una tarea de una enorme responsabilidad, y también lo es la selección de esos materiales por parte de los establecimientos educativos para llevar a las aulas. Tendencias actuales, no solo vigentes en nuestro país, parecen soslayar los objetos de enseñanza, en nuestro caso la matemática. Las políticas públicas deberían promover la investigación en educación para poder distinguir hacia dónde se mueve el péndulo de las tendencias en la enseñanza, en particular de la matemática, que frecuentemente oscila movido por "modas". Es necesario reflexionar quiénes son los beneficiarios de tales o cuales decisiones, y quiénes pierden con ellas.

En nuestro país, en la década de los 90 se produjo por años el desfinanciamiento en educación. Hubo, al inicio de este siglo, períodos de recuperación promovidos por el estado nacional. Sin embargo, las sucesivas crisis (entre ellas la pandemia) y el recorte presupuestario actual impulsado por el presidente Milei que afecta las condiciones para una vida digna de la mayor parte de la población, no nos permite ser optimistas con respecto al futuro inmediato de la educación, particularmente. Como ya lo compartimos en otras ocasiones, sostenemos la consigna: la educación pública no se vende, se defiende.

Agradecimientos: este trabajo fue posible por los múltiples espacios de estudio y discusiones en encuentros presenciales o virtuales con los/las colegas Antúnez, Daniela; Arónica, Laura; Gerez Cuevas, Nicolás; Giménez, Darío y Mondino, Mariel.

Referencias

Bartolomé, Olga y Fregona, Dilma. (2003). El conteo en un problema de distribución: una génesis posible en la enseñanza de los números naturales. En Mabel Panizza (comp.) Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de EGB. Análisis y propuestas. (pp. 131-162). Buenos Aires: Ed. Paidós, ISBN 950-12-6141-7.

Brousseau, Guy. (1972). Processus de mathématisation. En Maurice Glaymann (dir.) La mathématique à l'école élémentaire (pp.428-457).

- Paris : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Publique. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Annexe-Processus-de-Math.pdf
- Brousseau, Guy. (2015). Commentaires 2015 de Guy Brousseau sur son petit livret de 1964 [Comentarios 2015 de G. Brousseau sobre su primer libro]. http://guy-Brousseau.com/wp-content/up-loads/2015/07/Dunod_65_Pres_Vers_espagnole_.pdf
- Chambris, Christine, Coulange, Lalina, Rinaldi, Anne-Marie, Train, Grégory (2021). Unités (relatives) pour les nombres et le calcul à l'école. Vers un état des lieux potentialités. En Hamid Chaachoua, Annie Bessot, Berta Barquero, Lalina Coulange, Gisèle Cirade, Pierre Job, Anne-Cécile Mathé, André Pressiat, Maggy Schneider, Fabrice Vandebrouck (edit.). Nouvelles perspectives en didactique : le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure XXe école d'été de didactique des mathématiques (1ª ed., 1–2, pp.373-395). Grénoble : La Pensée Sauvage. https://hal.science/hal-02514378/document
- Chevallard, Yves, Bosch, Marianna y Gascón, Josep (1997). Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE-Horsori, Universitat de Barcelona.
- David, Claudia, Jaller, Ariel y Outón, Verónica. (2019). ¡Clac! Carpeta con gancho. Matemática 6. Buenos Aires: Santillana.
- Effenberger, Pablo. (2016). *Matemática I. Primera edición para el alumno.* CABA: Estación Mandioca.
- Fregona, Dilma, Orús, Pilar, Coulange, Lalina y Train Grégory (2023). Le CRDM Guy Brousseau, un bon outil pour ressourcer l'activité du chercheur en didactique des mathématiques. Aurélie Chesnais, Hussein Sabra. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2021, pp. 65-91, IREM de Paris, 978-2-86612-406-9. https://hal.science/hal-04030165



- Kurzrok, Liliana (coord..), Altman, Silvia, Arnejo Mabel y Comparatore, Claudia. (2017). *Matemática 1. Tinta Fresca.* Buenos aires: Arte Gráfico Editorial Argentino.
- Sierra Delgado, Tomás Ángel (2006). Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes. Tesis. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Educación. Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Madrid



Análisis de una propuesta de enseñanza de las operaciones del campo multiplicativo en un dispositivo del Plan Matemática para Todos

Lorena Vignolo*

"Quien escribe, teje. Texto proviene del latín, "textum" que significa tejido. Con hilos de palabras vamos diciendo, con hilos de tiempo vamos viviendo. Los textos son como nosotros: tejidos que andan." (Galeano, 2000)

Introducción

En este tramo de nuestro libro me interesa compartir una arista de una tesis de Licenciatura en Ciencias de la Educación¹ donde intentaré destejer, tejer hilos, tramas de algunas decisiones políticas y didácticas que han sustentado la conformación de un programa nacional y jurisdiccional, de enseñanza y acompañamiento para el segundo ciclo de la escuela primaria, implementado en el sistema educativo argentino (entre el 2011 y 2015), llamado "Plan Matemática Para Todos PMPT".

Presentación del Plan Matemática Para Todos y su contexto

El abanico de programas y propuestas de políticas públicas de enseñanza posteriores a la Ley de Educación Nacional (LEN) planteaban ciertas reformas que repercutieron de diversas maneras en las instituciones escolares. Bajo un discurso oficial de "transformación educativa" se promovieron

^{1 &}quot;EL PLAN MATEMÁTICA PARA TODOS: Una caracterización donde lo político y lo didáctico tejen su textualización", tesista Lorena Vignolo, directora Dra. María Fernanda Delprato y codirector Dr. Nicolás Gerez Cuevas, Escuela de Ciencias de la Educación de la Facultad de Filosofía y Humanidades de U.N.C., fue defendida en Córdoba, 13 de junio de 2022.

^{*} Licenciatura en Ciencias de la Educación, ECE, FFyH, UNC / lorevignolo@gmail.com

así algunos cambios a nivel estructural, organizacional y curricular en un gran porcentaje de escuelas a lo largo y ancho del país.

El Plan Matemática Para Todos (PMPT) se enmarcó "en la consolidación de políticas de enseñanza llevadas adelante por el Estado Nacional, teniendo como propósito promover un mejoramiento de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria" (Díaz et al.², 2015, p. 373). Este programa estaba monitoreado por la Dirección de Educación Primaria del Ministerio de Educación de la Nación, dependiente de la Dirección Nacional de Gestión Educativa³.

El Plan procuró articular ciertas líneas de acción tanto pedagógicas como administrativas con la idea de "fortalecer acuerdos colectivos y sostener un proyecto formativo en el área, que promueva trayectorias escolares exitosas para todos los alumnos" (Díaz et al., 2015, p. 373). Asimismo, contemplaba "generar en las escuelas un espacio de acompañamiento a la tarea de enseñanza dando lugar a la especialización en cada provincia de maestros, acompañantes didácticos y capacitadores" donde el foco estaba puesto: "en la implementación de unas secuencias de actividades en las aulas (...) sobre saberes considerados centrales para 4to, 5to y 6to grado..." (Díaz, et al., 2015, p. 373).

Esta propuesta de enseñanza estaba plasmada en los materiales denominados "*Notas para la Enseñanza 1*" y "*Notas para la Enseñanza 2*".

⁴ Documento que formó parte de mi referente empírico.



² Retomo la voz de estas referentes, dado que fueron actores claves de la conducción del programa.

³ Formaba parte del Programa de Apoyo a la Política de Mejoramiento de la Equidad Educativa (PROMEDU) fase 2 II que era financiado por el Banco Interamericano de Desarrollo (BID).





Imagen 1. Título: Ejemplares Notas para la Enseñanza 1 y 2. Fuentes: Agrasar et al., 2012, 2014

Estos ejemplares estaban pensados para ser entregados a les docentes responsables del área de Matemática del segundo ciclo. Los mismos tenían una organización: "en torno a saberes incluidos en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios para 4to, 5to y 6to grado, incluyendo algunas actividades de los Cuadernos para el Aula" (Agrasar, et al., 2012, p.6)⁵. Les docentes participantes del Plan, durante un periodo previsto adaptaban este "único material" a los grupos y a los contextos, en el marco de acuerdos colectivos generados entre todes les participantes del "Encuentro de Núcleo". Esta perspectiva

⁵ Los saberes seleccionados pueden advertirse en las secuencias incluidas, a saber: Secuencia I: Operaciones con Números Naturales; Secuencia II: Fracciones y expresiones decimales; Secuencia III: Propiedades de las figuras geométricas; Secuencia IV: Operaciones con números decimales. Las Secuencias I y II formaban parte del "Notas para la Enseñanza 1", y las restantes del "Notas para la Enseñanza 2". Además, estos cuadernos eran acompañados con recursos y juegos didácticos para los alumnos (juegos de mesa y cartas; útiles de geometría, etc.) que se entregaban a cada escuela y publicaciones del Ministerio de Educación de la Nación (Colección Piedra Libre; Entre el Nivel Primario y el Nivel Secundario; Leer escribir y argumentar; Cuadernos para el aula de 4to., 5to. y 6to grado).

⁶ Espacios que convocaban a equipos directivos y docentes de segundo ciclo de la escuela primaria con el objetivo de analizar las secuencias abordadas y construir acuerdos didácticos colectivos.

del material como sujeto a revisión se anunciaba en las primeras páginas de estos cuadernillos:

Esperamos que los materiales producidos sean útiles para intercambiar perspectivas, acordar propuestas para llevar al aula, "ponerlas a prueba" y revisar lo realizado para elaborar nuevas propuestas más ajustadas a cada escuela, a cada aula. Confiamos en que en las aulas se desarrolle un tipo de trabajo matemático que dé lugar a una mayor inclusión de los alumnos y a una mejora en los resultados de sus aprendizajes, asegurando la disponibilidad de los saberes acordados federalmente en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (Agrasar, et al., 2012, p.6).

En relación a las líneas de acción pedagógicas del PMPT, considero relevante destacar la del "Acompañamiento a la tarea de enseñanza en las escuelas". Como mencionan Díaz, Agrasar y Chemello:

Esta línea, busca proporcionar a los maestros de 4°, 5° y 6° de las escuelas participantes, un espacio para el análisis de propuestas de enseñanza y un acompañamiento que promueva la reflexión sobre sus prácticas, a través de la puesta en aula de las secuencias previstas. (2015, p.6)

Para lograr este propósito se creó la figura denominada "Acompañante Didáctico" (AD) que intentaba "tender puentes" entre la propuesta de enseñanza y los escenarios escolares para que "...los saberes puestos en juego cobren sentido, se recontextualicen y ayuden a mirar y realizar de otras formas las tareas cotidianas" (Pitman, 2012, p. 7)

Este acompañamiento didáctico, que formaba parte de la estructura del Plan, se nutría a través de dos tareas. Por un lado, visitas quincenales a las escuelas trabajando con la secuencia didáctica propuesta por el Plan, observando planificaciones de les maestres, presenciando clases, realizando reuniones con cada uno de los actores involucrados, entre otras. Y, por otro lado, realizando cuatro capacitaciones anuales, denominadas "Encuentros de Núcleos". Estos espacios convocaban a equipo directivo y docentes de segundo ciclo de la escuela primaria con el objetivo de analizar las secuencias abordadas en las aulas y así promover nuevos acuerdos didácticos.

En suma, el trabajo del AD se organizaba de la siguiente manera: "... encuentros de núcleo de escuelas: Coordinado por un Acompañante Didáctico. Encuentros presenciales para Maestros de 4to, de 5to y de 6to. Visitas a cada escuela para reunirse con el equipo directivo y los maestros cada 15 días aproximadamente" (Díaz, et al., 2015, p.11).

Metafóricamente, se podría concebir a este rol como un generador de "espacios vitales de reflexión". Pues esa "vitalidad" implicaba una idea de "espacio" que no fuera acabado, cerrado; sino abierto y flexible, que fuera transformándose a partir de un proceso de trabajo entre docentes.

Historización del trabajo de investigación: un breve recorrido sobre sus apartados

La tesis se organizó en tres capítulos que esbozaban ciertos conceptos que se han ido hilvanando a medida que el análisis avanzaba.

Según Stephen Ball (2002) la trayectoria de una política debe ser entendida como la síntesis de un nexo entre tres contextos: de influencia, de producción del texto político y de la práctica. Desde esta perspectiva en el Capítulo 1, decidí circunscribir el estudio del PMPT al contexto de producción del texto político -en diálogo con el contexto de influencia- en el cual la política, más allá de sus distintas interpretaciones, se materializa como discurso de influencia y de agenda. (Ball, 2002). En este apartado presenté algunas características del Plan y de su contexto. Luego expuse los objetivos de investigación y las decisiones teórico-metodológicas tomadas.

En el Capítulo 2 procuré tejer el contexto de influencia y materialización de intenciones políticas en decisiones estructurales de la fuente documental, su textualización (Bronckart, 2013). Por ello exploré la estructura normativa del Plan dando cuenta de los cruces de fuentes en torno a las categorías que emergían a partir de algunos documentos. En ese sentido emprendí un momento inicial de estudio en el que distinguí los documentos mencionados en producciones vinculadas al Plan Matemática para Todos. En ese relevamiento documental fui reconociendo la trama normativa y política en la que se inscribió el PMPT.

Posteriormente me centré en el análisis didáctico de un material particular (mencionado en el diseño metodológico), caracterizando algunos componentes generales de la propuesta retomando algunas explicitaciones de decisiones provistas desde las referentes nacionales, quienes fueron actores claves en el proceso de su producción. Luego me detuve en una lectura analítica de la estructura del material como indicios textuales de decisiones reconstruidas de dicho proceso de producción.

Con respecto al Capítulo 3 intenté seguir tejiendo un análisis más específico de una secuencia elegida del material de enseñanza del programa, leyendo algunas intenciones políticas en decisiones didácticas. Inicialmente presenté una aproximación más descriptiva, retomando las reconstrucciones que realizaban las referentes sobre decisiones comunes de todas las secuencias vinculadas a la enseñanza de las operaciones con números naturales.

Y por último interpreté ciertas decisiones de la trastienda didáctica que según mi criterio visibilizan algunas condiciones propuestas por el material para orientar y acompañar a les docentes en el proceso de producción del conocimiento matemático en el aula. Para ello, procuré ampliar mi lupa descifrando algunos criterios en la textualización de este apartado del material.

"Con hilos de palabras" intenté nombrar lo que se entramaba en cada capítulo, tejiendo mis indagaciones con ciertas exploraciones como lazos que se iban hilvanando a lo largo de aquel escrito. Por ello esta tesis no pretendió ser un recuento "descriptivo, acabado" de un Plan. Por el contrario, probablemente quien la lea siga encontrando fisuras que le permita echar a rodar nuevas opciones de análisis que definan otras tramas.

Acercamiento analítico de una propuesta de enseñanza de las operaciones del campo multiplicativo en un dispositivo del Plan Matemática para Todos

Para este capítulo quisiera compartir algunas lecturas de la costura de una textualización donde los hilos que fui hilvanando me permitieron un acercamiento analítico y didáctico de este programa.

En ese sentido, fui planteando algunos modos de indagación que estaban atravesados por una compleja trama donde lo político y lo didáctico estuvieron ineludiblemente imbricados. Poder desentrañar ciertos nudos en relación a dos dimensiones: una política y otra didáctica implicó una distinción meramente analítica pues asumo a la didáctica como una cuestión política (como lo plantea Terigi, 2004).

Además "…en este tejido que anda" intenté tensionar algunos aspectos en relación a la dinámica del Plan, a sabiendas que mis representaciones también estaban en juego. En ese sentido procure convertir esas significaciones en herramientas teóricas de trabajo como un verdadero desafío de problematización en términos de (re)construir un quiebre entre la pregunta y aquello que ella nombra. Por lo tanto, traté de mirar minuciosamente algunas decisiones políticas y didácticas que sustentaron la conformación de dicho Plan.

Diseño Metodológico

En relación al diseño metodológico construí categorías para el análisis documental en diálogo con los aportes teóricos, triangulando las diversas estrategias de recolección. Entonces analicé diversos documentos oficiales nacionales, en particular de los ejemplares "Notas para la Enseñanza" (Agrasar et al., 2012; materiales que se le entregaba a les docentes del área de matemática del segundo ciclo de las escuelas primarias). Así intenté reconstruir ciertos indicios, por ejemplo: observando la materialidad de estos textos, reconociendo reiteraciones y omisiones, advirtiendo que la propuesta de enseñanza respondía al discurso de la política estatal de aquel momento. Además, realicé entrevistas a actores centrales, referentes nacionales que intervinieron en el diseño del programa y del Notas para la Enseñanza, con la intención de ampliar la mirada sobre el material documental analizado.

Objetivos

Los objetivos que me planteé tuvieron que ver con desentramar el contexto de influencia (Ball, 2002) en el que se inscribió el Plan Matemática para Todos, tomando en cuenta el *tejido normativo* como trastienda. Asimismo, me propuse caracterizar *decisiones de textualización* de la política del Plan Matemáticas Para Todos. Finalmente busqué analizar decisiones didácticas que sustentaron la producción de una de las secuencias del material

"Notas para la Enseñanza" del Plan Matemática Para Todos. Con estos objetivos en la mira, mis interrogantes centrales fueron:

- ¿Qué características y lógicas políticas subyacían en el discurso del PMPT?
- ¿Qué características y lógicas didácticas subyacían en el material "Notas para la Enseñanza" del PMPT?

Para esta ocasión me abocaré al segundo interrogante, focalizando en reconstrucciones de decisiones didácticas para el tratamiento de uno de los objetos de enseñanza abordados de las secuencias didácticas plurianuales: "Operaciones en el Campo Multiplicativo".

Modos de textualización del PMPT

Antes de iniciar el análisis de la secuencia, me interesa destacar algunas decisiones estructurales de las diversas propuestas que fueron indicios para reconstruir, a partir de ciertas huellas textuales, criterios de diseño de algunos objetos matemáticos de interés. Esto me permitió seguir indagando una apuesta política que estaba vinculada a una perspectiva de enseñanza de la matemática, donde el tratamiento de un determinado objeto no se lo concebía como una sucesión de actividades aisladas y fragmentadas, sino como una continuidad que se iba complejizando. Entonces una primera decisión que reconocí tuvo que ver con la organización de este material a partir de algunos objetos de enseñanza en secuencias didácticas plurianuales. A lo largo de su textualización había varios cuadros que indicaban de modo preciso los avances año a año de un mismo contenido. Esto comunicaba una continuidad, revisando la proyección por grados de las propuestas de enseñanza, pero a la vez anticipaba que había una

⁷ Este material estaba estructurado por 4 secuencias, de las cuales analizamos la "Secuencia I: Operaciones con Números Naturales".



variación entre esos grados al interior de un mismo ciclo. En palabras de sus referentes:

.... algo que para nosotros era importante desde lo didáctico, desde el trabajo matemático era marcar de un mismo eje de contenido lo que se hace en cuarto, lo que se hace en quinto, lo que se hace en sexto; tiene que marcar diferencia. [...] porque sobre ese tema teníamos un diagnóstico previo respecto esta cuestión como de plancha con los contenidos que se producían en el segundo ciclo en el sentido de la complejización. [...] Entonces esa preocupación del ciclo estuvo presente. Y eso era algo que proponíamos para que se discutiera en los encuentros. (Entrevista realizada a las autoras del material, ciudad de Buenos Aires, septiembre de 2018).

Veamos los contenidos que se abordan en las secuencias tal como se expresan en los NAP.

El reconocimiento y uso de las operaciones entre números naturales y la explicitación de sus propiedades en situaciones problemáticas que requieran: 4to grado Sto grado 6to grado · multiplicar con distintos dividir con significado de partición · argumentar sobre la validez significados, utilizando distintos evaluando la razonabilidad del de un procedimiento o el procedimientos y evaluando resultado obtenido: resultado de un cálculo usando la razonabilidad del resultado elaborar y comparar procedimientos propiedades de las operaciones obtenido de cálculo - exacto, mental, escrito con números naturales. · elaborar y comparar y con calculadora- de sumas, restas, · producir y analizar distintos procedimientos de multiplicaciones y divisiones por una afirmaciones sobre relaciones cálculo-, mental, escrito-de o dos cifras, analizando su pertinencia numéricas vinculadas a la multiplicaciones por una cifra o y economia en función de los división y argumentar sobre más, analizando su pertinencia números involucrados. su validez. v economía en función de los - argumentar sobre la validez de un · sistematizar resultados y números involucrados. procedimiento o el resultado de estrategias de cálculo mental. -analizar relaciones numéricas para operar con números un cálculo usando relaciones entre para formular reglas de cálculo, números naturales y propiedades de naturales. producir enunciados sobre las las operaciones. propiedades de las operaciones y - explicitar relaciones numéricas argumentar sobre su validez. vinculadas a la división y la multiplicación (múltiplo, divisor, D=dxc+n

Imagen 2. Título: Cuadro de saberes abordados por la secuencia I. Fuente: Agrasar et al., 2012., p. 8

Asimismo, desentramar algunos hilos discursivos del Notas destinados a les docentes, a quienes no sólo se comunicaban actividades para sus estudiantes, sino que además se explicitaban decisiones que sostenían estos recorridos y tareas propuestas en la secuencia. Así se ofrecía un abanico de orientaciones que invitaba al maestre a reconstruir su práctica de enseñanza en el aula con ciertos criterios sobre modos de aprender matemática, como puede advertirse en página como la siguiente (entre otras):

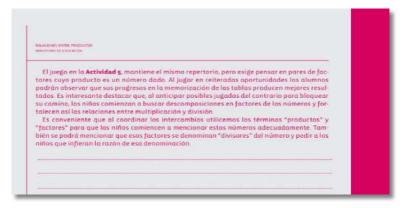


Imagen 3. Título: Ejemplo de explicitaciones de claves didácticas. Fuente: Agrasar et al., 2012, p. 16

La enseñanza de distintas estrategias de cálculos: análisis didáctico de la secuencia "Operaciones en el Campo Multiplicativo"

La Teoría Antropológica Didáctica (TAD) fue mi lente para poder mirar una secuencia sobre "operaciones en el campo multiplicativo" teniendo en cuenta la noción de obra matemática planteada por Chevallard (2013). Entonces pude advertir que los tipos de tareas y técnicas de la secuencia constituyeron un "saber-hacer" en sí. Desde allí realicé una reconstrucción de esta obra como una organización matemática, inventando un modo de describirla a partir de los *hitos del recorrido* amplio y plurianual propuesto en las secuencias. Estos hitos me permitieron encontrar las tareas que habilitaban ciertos conocimientos que eran necesarios para el desarrollo de formas de cálculo. Para su reconstrucción empleé una tabla por grado del segundo ciclo con la siguiente organización (Tabla 4).

"Hitos" del recorrido	Nociones en juego que sostienen avances en formas de cálculo de la división	Algunos ejemplos de actividades vinculadas			
Resolución de problemas diversos del campo multiplicativo para promover técnicas de cálculo		Actividad 1: "La escuela" (pág.11) a) Esta es la factura de la compra de librería que realizó la escuela este mes. Cundidad Descripción Cundidad Descripción Precio instanto Precio total Esta esta esta este mes. - Completá los datos que faltan. - Para averiguar la cantidad de borradores o el precio unitario de las láminas, ¿qué operación usaste? ¿Y para calcular el total pagado por las cajas de tizas? ¿Y por las reglas? b) Escribí cálculos que permitan averiguar cuántas baldosas hay en el patio de la escuela, que tiene la siguiente forma:			
		preparando un menú especial. - ¿Cuántas opciones posibles hay para combinar una comida y un postre? ¿Cómo lo averiguaste? Comdos. Empéroda, pizza, chorizen, hamburgueso funtas, heliados, tioria d) Para colocar cortinas en las aulas, se necesitan 3 m de tela para cada ventana ¿Cuánta tela deberán comprar si deben colocar 10 cortinas? ¿Y para 20, para 5 o para 25 cortinas? Si tienen 66 m ¿cuántas cortinas se pueden confeccionar? Cantidad de cortínas Metros de tela			

Tabla 1. Título: Análisis de un hito inicial de la secuencia de 4º grado. Fuente: Vignolo, 2023

Así advertí que se proponía una textualización que habilitaba situaciones didácticas promoviendo el dominio de variedad de cálculos apoyados en descomposiciones, cálculo mental y propiedades de las operaciones. Según mi análisis, esto se planteaba para abordar más adelante técnicas complejas de cálculo de la división como un trabajo sostenido para que les estudiantes pudieran producir diversas formas de cálculo, como por ejemplo:



Imagen 4. Título: Ejemplo de actividad de secuencia de 6° grado. Fuente: Agrasar et al., 2012, p. 51

Las sugerencias dirigidas a les docentes tenían que ver en enfatizar un trabajo sistemático de algunas técnicas que, según Chemello y Agrasar: "permite responder mejor a la variedad de saberes disponibles en la clase, permite intercambios sobre esas diferencias lo que a su vez permite descubrir las propiedades que los sostienen." (Documento producido por las autoras del material frente a consulta virtual, noviembre de 2019).

A su vez reconocí que las secuencias de cada grado tenían una actividad denominada "0/11" que era una misma tarea para iniciar y cerrar la secuencia, que promovía el reconocimiento de saberes iniciales y saberes generados para afrontar una misma tarea en diversos momentos del proceso de estudio:

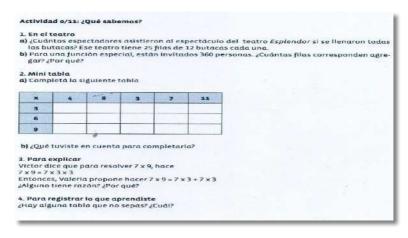


Imagen 5. Título: Ejemplo de actividad 0/11. Fuente: Agrasar et al., 2012, p.

Desde el planteo de las referentes el origen de esta denominación tenía que ver con:

...la idea era incluir una actividad que permitiera relevar cuáles eran los conocimientos de los chicos en relación con la temática elegida, cuáles eran los conocimientos con los cuales entraban en el trabajo de la secuencia. Y que hubiera después de pasar por un conjunto de actividades, que hubiera una evaluación similar a esa, como cierre para que la evaluación

de los saberes estuviera ligada a los avances en relación a ese recorte específico; y con el trabajo con el conjunto de problemas que el maestro elegía para poner en la secuencia. Es decir, no una evaluación como punto de llegada, sino una evaluación pensada como la distancia entre los conocimientos de partida y los conocimientos de llegada. Por eso estaba con ese número. (Entrevista realizada a las autoras del material, ciudad de Buenos Aires, septiembre de 2018).

Es decir que esta distancia entre producciones de un grupo particular en diversos momentos del proceso de estudio de un objeto de enseñanza, planteaba la aceptación de una variabilidad de los resultados alcanzados y un modo de pensar la eficacia de la enseñanza no estandarizada, sino en función de los saberes iniciales y los recorridos situados generados⁸. Esto suponía una textualización que interpelaba procesos estandarizados de evaluación de procesos de mejora de la enseñanza sin renunciar a la idea de la responsabilidad de la enseñanza y les docentes sobre sus "efectos" en los aprendizajes.

Finalmente, en esta reconstrucción fui reconociendo la reiteración de la omisión de actividades de institucionalización, que emergía como no azarosa sino intencional. Brousseau (1986) analiza que la institucionalización establece y da un estatus oficial a un cierto conocimiento a partir de una determinada actividad didáctica; es decir que "define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones 'libres' del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da una lectura de esas actividades y les da un estatuto" (p. 64). Si bien en el Notas se identificaba un discurso que promovía algunas orientaciones como guía para enseñar ciertas validaciones y argumentaciones, no había indicaciones sobre este proceso. Esta era otra decisión de la textualización pues su apuesta era generar un material donde cada docente pudiera contextualizar la propuesta a partir de una mirada situada sobre su grupo. Sin embargo, cabe aclarar

⁸ Como plantean Ravela, Picaroni y Loureiro (2017) existen diversos modos para establecer juicios de valor en un proceso de evaluación. En el material analizado pareciera apelarse a lo que los autores denominan enfoque de progreso en el que "no importa comparar a los estudiantes entre sí ni con un desempeño ideal (si bien una definición del mismo siempre estará subyacente). Lo que interesa comparar es la situación actual del estudiante con respecto a su situación anterior en el tiempo" (p. 268)



que, las referentes a nivel nacional del Plan entrevistadas nos advirtieron que no se pretendía dejar al azar, a un criterio individual de cada docente, sino a un acuerdo que se construía con otres colegas en los Encuentros de Núcleos (aquellos espacios que el programa habilitaba a través de sus acompañantes didácticos). En voz de sus referentes:

...no se registran las institucionalizaciones porque implicaría pensar en la secuencia como fija para todas las clases, asumiendo que los grupos llegarían a las mismas conclusiones y desconociendo los modos de "decir" de cada clase/grupo/alumno. Escribir las conclusiones tal como pueden ser enunciadas por la clase y trabajar luego sobre esas escrituras es un trabajo necesariamente situado que no puede anticiparse de manera estricta, aunque sea posible explicar cuáles son los conocimientos matemáticos que se están abordando. También se trata de evitar que el docente fuerce el llegar a un punto al que los alumnos no hayan llegado... (Documento producido por las autoras del material frente a consulta virtual, noviembre de 2019)

Cierre: lo político y lo didáctico tramando la textualización

La búsqueda de reconstrucción del contexto de influencia del material de enseñanza analizado permitió reconocer cómo la producción de este ejemplar didáctico se inscribió en la textualización y traducción de tensiones en torno a apuestas, horizontes, supuestos de una política pública de mejora de la enseñanza constreñida (y habilitada) por fuentes de financiamiento. Algunas hipótesis que emergieron como relevantes para reconstruir esas constricciones fueron los vinculados a los esquemas de intervención estatal propuestos como condicionantes de modos de implementación de esa política. Por eso en particular me detuve en la población de destino y modos de seguimiento como decisiones que tenían "traducciones didácticas" en relación a perspectivas sobre les estudiantes y su vínculo con la matemática, y opciones sobre la evaluación.

Asimismo, esta articulación ha sido fértil porque posibilitó situar la producción del material de enseñanza como una textualización, de esas apuestas y esos horizontes en disputa, que procuró una interlocución con el contexto de la práctica. Adentrarse en los modos de textualización como vías de construcción de sus interlocutores, las escuelas y docentes, fue potente para reconstruir cómo se diseñan desde las políticas públicas

modos de asumir la enseñanza (en este caso matemática) como un asunto de dichas políticas. Entonces ese interrogante comenzó a entramarse con otros en relación a cómo se asume la eficacia de una política de mejora, qué perspectivas subyacen sobre sus "efectos" deseables y sobre sus actores, cómo se generan condiciones de viabilidad de su despliegue sin traicionar perspectivas asumidas ni dimitir en la responsabilidad por la mejora de la enseñanza.

A su vez, en este recorrido transitado procuré reconstruir vías emprendidas en esta indagación de diversos tipos de análisis documental, para advertir el contexto de influencia de la política analizada y para deshilvanar decisiones de textualización en un material de enseñanza como texto de dicha política. Probablemente esta trama analítica desplegada aquí podría constituirse en un aporte para el estudio de otras políticas orientadas a la revisión de condiciones de enseñanza de la matemática con una perspectiva inclusiva.

Referencias

- Agrasar, Mónica, Chemello, Graciela y Díaz, Adriana (2012). Matemáticas Para Todos en el nivel primario: Cuadernos Notas para la Enseñanza. Operaciones con Números Naturales. Fracciones y Números Decimales. CABA: Ministerio de Educación de la Nación.
- Agrasar, Mónica, Chemello, Graciela y Díaz, Adriana (2012). Notas para la Enseñanza 2: operaciones con fracciones y números decimales, propiedades de las figuras geométricas. CABA: Ministerio de Educación de la Nación.
- Ball, Stephen John. (2002) Texto, discursos y trayectorias de la política. La teoría estratégica. Páginas. Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación, 2 (2/3), 19-33.
- Bronckart, Jean Paul. (2013). En las fronteras del Interaccionismo socio-discursivo: Aspectos lingüísticos, didácticos y psicológicos. En Riestra, Tapia y Goicoechea *Terceras Jornadas Internacionales de Investigación y Prácticas en Didáctica de las lenguas y las lit-*

- *eraturas*. San Carlos de Bariloche: GEISE, 39-59. Disponible en: https://archive-ouverte.unige.ch/unige:81364
- Brousseau, Guy (1986), Fondements et méthodes de la didactique des Mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, 7 (2), 33-11.
- Chevallard, Yves (2013). La matemática en la escuela: Por una revolución epistemológica y didáctica. Bs. As: Libros del Zorzal.
- Díaz, Adriana; Chemello, Graciela y Agrassar, Mónica. (2015). "Matemática para Todos, en el nivel primario". En Scott, P. y Ruiz, A. (edit.) Educación Matemática en las Américas Volumen 3: Formación Continua. Chiapas (México): CIAEM. Disponible en: http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol3FormCont.pdf
- Pitman, L. (2012). El Acompañamiento Didáctico en el Plan Matemática para Todos. Clase N.º 3.
- Terigi Flavia (2004). La enseñanza como problema político. En G. Frigerio y G. Dicker (comp.) La transmisión en las sociedades, las instituciones y los sujetos (pp.191-202). Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- Vignolo, Lorena (2023). El Plan matemática para todos: una caracterización donde lo político y lo didáctico tejen su textualización [Tesis de grado, Universidad Nacional de Córdoba]. http://hdl. handle.net/11086.1/1494



Una experiencia colaborativa en torno a la enseñanza de los números racionales en la escuela primaria

María Laura Imvinkelried*

Introducción

En este capítulo presento parte del recorrido realizado en una primera etapa de investigación del doctorado que lleva el título "La adaptación e implementación de situaciones didácticas y el análisis de las clases, como un medio privilegiado de formación de maestros y de producción de conocimientos didácticos. El caso de una experiencia colaborativa en torno a la enseñanza de los números racionales en la escuela primaria" cuyo director es el Dr. Nicolás Gerez Cuevas y el codirector Dr. David Block Sevilla. Se trata de presentar un avance sólo de los fundamentos y del trabajo de campo realizado hasta el momento, pero no se presentan hallazgos ni conclusiones surgidas de los análisis.

¿Cómo surge esta investigación en mi recorrido de formación y qué experiencia de investigación había realizado previamente? Sería pertinente, en primera instancia, recuperar parte de la historia... Hace pocos años, realicé una tesis de maestría (Imvinkelried, 2020) que planteaba como objetivo general estudiar las concepciones de los estudiantes de 1^{er} año y 4^{to} año del Profesorado de Nivel Primario en relación con el concepto de fracción y, como objetivos específicos analizar los significados del concepto de fracción que construyeron los estudiantes —futuros maestros— en su trayectoria de formación en el Nivel Superior e identificar y categorizar los errores y/u obstáculos que se encuentran en las producciones de los estudiantes con relación al concepto de fracción.

En aquel momento, al llegar al final de la investigación, nos planteamos algunas líneas de acción junto a mi directora Mgter. Graciela Chemello y codirectora Mgter. Silvia Bernardis, para seguir profundizando en la temática a partir de los insumos obtenidos y de los interrogantes que quedaron por responder. En primer lugar, una de las líneas de acción fue

^{*} Doctorado en Educación en Ciencias Básicas y Tecnología, FAMAF-FCEFyN-FCQ, UNC / mimvinkelried@gmail.com

repensar las propuestas de enseñanza en el Nivel Superior y cómo sería posible potenciar las mismas a corto y mediano plazo. Y en ese sentido, concentramos nuestra mirada en cómo trabajar la noción de fracción y los distintos significados de las fracciones asociados a la idea de división, de medida y de proporcionalidad, como así también en qué modificaciones realizar a las propuestas de enseñanza para intentar lograr —al finalizar la formación inicial— una concepción global, dinámica y funcional, ligada a prácticas algebraicas.

En segundo lugar, pensamos que las conclusiones obtenidas podrían ser aprovechadas como temáticas de capacitaciones que se realizaran con los docentes en ejercicio o también para otras investigaciones. Y, a partir de allí, que estos hallazgos permitieran identificar conocimientos y dificultades a los y las maestras, en relación con la temática y trabajar para superarlos a partir de un trabajo colaborativo entre capacitadores, investigadores y maestras.

Sintetizando nuestro desafío en aquel momento, la intención era que se priorice un trabajo matemático que analice con los estudiantes y docentes en ejercicio experiencias posibles de llevar a la práctica. Como, por ejemplo:

- –Experiencias de reparto en las cuales se trabaje tempranamente en $1^{\rm ero}$ y $2^{\rm do}$ grado con bipartición, es decir con fracciones del tipo, en $3^{\rm ero}$ y $4^{\rm to}$ grado con la cuantificación del reparto y en los últimos años de la escuela primaria con la relación a: $b = {\rm con \ el \ fin \ de \ consolidar \ la \ identidad \ entre división y fracción.}$
- -Experiencias de medición efectiva, que promuevan la selección de la unidad de medida y el uso de la misma en problemas que impliquen medir objetos.
- –Un trabajo articulado en torno a la proporcionalidad a lo largo de la escolaridad obligatoria, que permita reconocer y trabajar con la constante de proporcionalidad cuando es fraccionaria. Además, que dicho trabajo promueva una mirada funcional de la proporcionalidad por sobre una mirada estática.

Por último, reafirmamos en aquel momento la necesidad de continuar con esta línea de investigación y profundizar en la temática, a la luz de los análisis realizados y de los resultados obtenidos con ese grupo de estudiantes. El desafío continúa...habíamos afirmado en aquel momento. Y así fue, el desafío continuó y sirvió para delinear las primeras ideas del proyecto de investigación del doctorado y establecer los primeros vínculos con el equipo de trabajo. A continuación, presento parte del recorrido realizado hasta el momento en el presente proyecto de investigación.

Sobre la problemática de investigación

El tema elegido para la investigación del doctorado es el estudio de una experiencia colaborativa de formación de docentes destinada a enriquecer la enseñanza de los racionales en el segundo ciclo de una escuela primaria, en un entorno de formación continua y contextualizada. Es preciso señalar, que, si bien nos referimos a los números racionales, en el nivel primario de la mayoría de los sistemas escolares no se suele estudiar el concepto de racional definido como clase de fracciones equivalentes, ni las propiedades estructurales del conjunto de los racionales, sino las fracciones y los decimales, en algunos de sus distintos significados. Por ello, en lo sucesivo hablaré de fracciones excepto cuando, por el sentido de lo que afirme, sea pertinente remitir al concepto abstracto de racional. De un modo próximo Freudenthal afirma: "[...] el objeto matemático que importa es el número racional más que la fracción. No obstante, puse la palabra fracciones 'en el título, y lo hice intencionadamente. Las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional - una fuente que nunca se seca" (1983, p.2).

El objeto de estudio refiere a una experiencia de trabajo colaborativo, entre profesores de 2^{do} ciclo del nivel primario e investigadores, de adaptación, experimentación y análisis de situaciones didácticas, orientado al enriquecimiento de las prácticas habituales y a la producción didáctica. La experiencia de formación incluyó la puesta en práctica de cada profesor, en su aula, de una secuencia didáctica y el análisis posterior, colectivo, de dicha implementación. La secuencia didáctica fue propuesta por nosotros –los investigadores- y adaptada en conjunto –investigadores y maestros-. Así, si bien la experiencia colaborativa para la formación docente es el principal objeto de estudio de esta investigación, hay un segundo objeto

que se deriva de aquél: se trata de las situaciones didácticas mismas que generará el colectivo, y que, al ser implementadas, permitirán generar conocimientos valiosos sobre situaciones didácticas factibles para la enseñanza de las fracciones en el nivel básico.

Las preguntas que guiaron las acciones realizadas hasta el momento y el proceso investigativo que continúa son:

- ¿Qué conocimientos sobre la enseñanza construyen los maestros a partir de las interacciones y las retroalimentaciones que brinda la experiencia, (principalmente dos: la que ofrecen los compañeros y los investigadores, por un lado; y la que ofrece la experiencia en el aula por otro)? ¿Qué lugar ocupan en estos aprendizajes los conocimientos de didáctica aportados por los investigadores, por un lado, y los conocimientos de la experiencia aportados por los docentes, por el otro? A lo largo de la experiencia, ¿Se pueden reconocer indicios de cambios en sus prácticas de enseñanza de las fracciones? ¿En qué aspectos los maestros manifiestan que se han dado estos cambios?
- ¿Qué características didácticas tienen las secuencias analizadas y adaptadas en la fase de cooperación? ¿Cómo se articulan en dicha fase los aportes de la investigación didáctica y los conocimientos sobre la enseñanza de los maestros participantes? ¿Qué tipo de transformaciones hacen los docentes al implementarlas -qué se conserva, qué cambia, cómo se responde ante lo no previsto- con respecto a lo planeado?

Los insumos de esta investigación serán relevantes pues contribuirán al conocimiento sobre los procesos de formación continua de maestros en el área de enseñanza de las matemáticas, conocimiento que puede ser valioso tanto para los investigadores del campo como para los formadores de maestros. Además, aportarán conocimientos específicos sobre la enseñanza de las fracciones en el segundo ciclo de la escuela primaria. Por otra parte, se pretende generar conocimientos sobre la experiencia de trabajo colaborativo y de producción de conocimientos didácticos asociados a él.

Antecedentes sobre el tema y marco teórico

A) Didáctica de las matemáticas

Entre los actuales enfoques de la Educación Matemática, elijo como marco teórico para el análisis didáctico de esta investigación educativa a la Escuela Francesa y fundamentalmente a la Teoría de las Situaciones Didácticas, en adelante TSD. Esta teoría nace en los años 70 en Francia de la mano de Guy Brousseau con el objetivo de construir un modelo de las situaciones. En palabras de Brousseau (2000):

La búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio. Para los profesores como para los alumnos, la presentación de los resultados de estos trabajos renueva su conocimiento así como la idea que tienen de las matemáticas, y esto incluso si es necesario desarrollar todo un vocabulario nuevo para vincular las condiciones en las que emergen y se enseñan las nociones matemáticas básicas, con la expresión de dichas nociones en la cultura matemática clásica. (p. 17)

En este trabajo hice jugar a una secuencia de situaciones didácticas un papel estratégico, por lo que esta teoría resulta muy oportuna. Con ella, asumí la postura de analizar los conocimientos a través de las situaciones problemáticas que los ponen en juego, que los funcionaliza, así como la conceptualización del aprendizaje según la cual los sujetos aprenden al enfrentarse a situaciones problemáticas que resultan desafíos para ellos; esto es, suscribo la idea de que, para aprender matemáticas, hay que producirlas. Nociones específicas de la TSD se constituyen en herramientas tanto para el diseño de secuencias como para el análisis de la enseñanza en el aula.

En cuanto a la temática de la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria, pretendo recuperar los aportes de algunos investigadores fundamentales en el campo: Brousseau et al. (2004), Freudenthal (1983), Kieren (1988) y también considero los trabajos más recientes realizados por Block (2006, 2007), entre otros. Los investigadores, acuerdan que las fracciones se comprenden mejor cuando se utilizan como herramientas para resolver problemas. En este sentido, se observa que hay diferentes tipos de problemas donde las fracciones juegan diferentes roles: pueden expresar medidas, relaciones, razones u operadores multiplicativos. Estos distintos roles dan lugar a distintos significados, los cuales han sido nombrados de distintas maneras distintas. Por ejemplo, Kieren habla de "constructos", Freudenthal de "fenómenos" que agrupa en ciertos tipos, Brousseau habla de "situaciones fundamentales". A partir de estas consideraciones, a lo largo de la investigación, analizaré cuál/es significados retomar y cómo hacerlo para realizar el diseño, implementación y análisis de las propuestas.

B) La investigación colaborativa

En este proyecto opté por la investigación colaborativa entre maestros e investigadores. Esta modalidad de indagación se relaciona con tradiciones en el campo educativo que han procurado integrar el punto de vista de los docentes en la construcción de un conocimiento más ajustado a la realidad de la práctica (Bednarz, 2009). En tal sentido, Desgagné et al. plantean:

Desde el interior de las corrientes de investigación que tienen en común hacer investigación "con" en lugar de "sobre" los docentes, y que reconocen su "competencia como actor en contexto", debe recordarse que la investigación colaborativa parte de un conjunto de prácticas de investigación participativa para docentes que dan lugar a diferentes nombres: investigación de acción, investigación colaborativa, investigación de acción colaborativa, investigación en asociación, etc. Las fronteras entre estas diversas identidades de las prácticas de investigación [...], no son herméticas y probablemente no es necesario que lo sean. (2001, p.3)

Dentro del conjunto de enfoques desarrollados como investigación colaborativa retomo la tradición [o la perspectiva] nacida en Quebec a partir de los estudios de Bednarz (Bednarz, 2013; Desgagné et al., 2001). Esta modalidad consta de tres momentos: la etapa de co-situación (se de-

cide el qué y el cómo), la cooperación (se implementa) y la coproducción (se elaboran productos a raíz de la experiencia llevada a cabo).

En la revisión de antecedentes, profundicé en los trabajos que consideran a la investigación colaborativa como eje de su investigación y la vinculan con algunas temáticas más específicas de la enseñanza de la matemática, entre otros: el proyecto de Bednarz (2000); Saboya (2013), y Castaño (2021). Así mismo, revisé investigaciones colaborativas desarrolladas desde diferentes perspectivas, como por ejemplo las presentes en las Proceedings del ICMI Study 25 (Borko y Potari, 2020).

Metodología

A continuación, especifico el contenido de las tres etapas que conforman la modalidad colaborativa (desde la perspectiva adoptada): la etapa de co-situación, la de co-operación (se implementa) y la de co-producción (se elaboran productos a raíz de la experiencia llevada a cabo). Algunas de las acciones previstas ya fueron realizadas al momento de la escritura del capítulo y otras están por realizarse en los próximos meses.

Características previstas para la etapa de co-situación

- -Revisión documental por parte de los investigadores acerca de distintos proyectos colaborativos, como así también de la situación actual de la enseñanza de las fracciones: aportes de los estudios en didáctica de las fracciones, análisis del diseño curricular, análisis de las concepciones de los maestros sobre este conjunto numérico y su enseñanza.
 - Encuentro con los directivos y los docentes que desean participar del proyecto, en el cual se presenta el objetivo del mismo y se negocia, con la finalidad de acordar un proyecto de trabajo que incorpore los intereses tanto de los investigadores como de los docentes. Además, se generan los acuerdos para la entrada a campo.
 - Realización de un taller de iniciación en el que se propone a los maestros participantes un análisis didáctico/epistemológico introductorio, sobre la noción de fracción.

Análisis de secuencias de enseñanza -vinculadas con resultados de investigación en didáctica- en torno a la noción de fracción para un grado -4°, 5° o 6° del 2° ciclo- dependiendo del grupo de docentes que se sume a la investigación. Dichas secuencias abordan significados diferentes de la noción de fracción. Se propone un trabajo en torno al significado de fracción en contextos de medición, es decir en la relación parte/todo vinculada a medición, aspecto que se relaciona con la entrada clásica a las fracciones. También, mi objetivo es trabajar con la fracción como cociente, pues puede integrarse con la primera entrada a la fracción vinculada a la medición, y permite un enriquecimiento importante del repertorio de situaciones y, en consecuencia, de la noción. Estas propuestas de enseñanza constan de una secuencia de actividades constituidas por problemas en contextos extramatemáticos e intramatemáticos, que incluyen distintos tipos de tareas matemáticas y teniendo en cuenta algunas variables didácticas que permitan el avance en los procedimientos y conocimientos puestos en juego.

Características previstas para la etapa de co-operación

Antes de presentar un listado de posibles propuestas para esta etapa, quiero destacar la centralidad de la actividad reflexiva en el modelo colaborativo. Dicha reflexión se basa,

[...] en la explicitación y el análisis de situaciones de práctica experimentadas por los maestros, desde el ángulo de interés común definido por el proyecto de exploración. Esto significa que la actividad está organizada de tal manera que promueve y asegura que se mantenga una especie de "conversación", Schön (1991), entre la práctica (de los maestros) y la retroalimentación reflexiva sobre esta práctica (entre profesionales e investigadores). (Desgagné et al., 2001, p.37)

A continuación, presento las posibles acciones que configuran la etapa co-situación:

 Observaciones de sesiones de clases. Las observaciones se llevan a cabo una vez que se valore la construcción de cierto nivel de confianza entre los maestros y los investigadores. En las primeras sesiones puede suceder que los maestros se observen entre sí o que sólo se produzcan relatos de la experiencia y/o registros escritos; las observaciones por investigadores se incluyen en sesiones posteriores. Estas observaciones tienen dos propósitos centrales: brindar información a los observadores para poder retroalimentar a los docentes (además de que los docentes también reciben información valiosa para sí mismos cuando observan a un compañero); y recabar datos para la investigación.

- Sesiones grupales de investigadores y docentes para ajustar detalles de planeación de la sesión próxima y analizar conjuntamente aspectos relevantes de la sesión recién implementada.
- Análisis de las situaciones didácticas atendiendo a los diferentes aspectos: espacios, tiempos, agrupamientos de los estudiantes; como también a las intencionalidades docentes; conocimientos, tipos de tareas, procedimientos y validaciones producidas por parte de los niños, intervenciones docentes, anticipaciones factibles de los docentes y evaluación. La gestión de estos espacios estará a mi cargo y eventualmente del director de la tesis.
- Entrevistas semiestructuradas a los maestros que participan de la investigación.

Características previstas para la etapa de co-producción

Para los investigadores:

Análisis de los datos obtenidos en la etapa de cooperación (las secuencias planeadas y su justificación; registros de las sesiones colectivas con los maestros; registros de clases; registros de las entrevistas) y elaboración de las conclusiones en relación con el objeto de estudio y los objetivos planteados en la tesis.

Escritura de artículos por parte de los investigadores sobre la experiencia realizada, para presentar en revistas de educación o socializar por otros canales con maestros de escuela primaria y formadores.

Para los investigadores y maestros:

• Escritura de artículos con los maestros, para socializar las situaciones didácticas implementadas

Para los maestros:

 Incorporación de las propuestas de enseñanza analizadas, modificadas e implementadas, a su acervo personal; como así también al material didáctico de la escuela.

Algunas decisiones sobre el trabajo de campo

En relación con el trabajo de campo previsto, a fines de octubre de 2022 comencé la interacción con la escuela que estaba prevista sumarse al proyecto desde el comienzo. Dadas algunas dificultades, éstas implican una toma de decisión metodológica importante orientada a garantizar la viabilidad del trabajo. Esta decisión consistió en cambiar de escuela, y establecer los primeros contactos en el marco del proyecto con otra escuela que estaba interesada y lo había manifestado previamente.

En el mes de noviembre de 2022, acordé con el equipo directivo de esta nueva escuela, un primer acercamiento con todas las docentes de la institución para el mes de febrero de 2023 a través de un Taller de Iniciación. También establecimos los días y horarios para realizar entrevistas semi-estructuradas con las maestras que participarían del proyecto.

A lo largo del segundo cuatrimestre del 2022, planifiqué el Taller de Iniciación y la escritura del mismo. Esto requirió tiempo de estudio, planificación y encuentros virtuales con el director y Codirector de la investigación para realizar ajustes a la planificación. En este Taller se propuso a los maestros participantes un análisis didáctico/epistemológico introductorio sobre la noción de fracción. En el apartado "El Taller de Iniciación con todas las docentes de la escuela" describiré las características que tuvo el mismo y algunos análisis de las producciones de las maestras.

Cabe aclarar que, ya estando en campo, tomé algunas decisiones que me llevaron a plantear otras estrategias metodológicas que no había anticipado en el proyecto. Una de las estrategias fue organizar unos primeros encuentros grupales en el primer cuatrimestre del año 2023 para reconstruir prácticas y sentidos de las maestras de 2^{do} ciclo que participarían en el proyecto. En el apartado "Los primeros encuentros con las maestras" presentaré algunos intercambios que se sucedieron y que permitieron conocer formas de trabajo, de planificación, uso del tiempo y de los espacios, entre otros aspectos interesantes para la gestión del aula y la planificación de las secuencias didácticas.

Por último, en el primer cuatrimestre del año 2023, luego de los encuentros realizados con las maestras, me dediqué al diseño de las secuencias de enseñanza para luego ser analizadas junto con las maestras de 2^{do} ciclo, acción considerada también en la etapa de co-situación. Para luego, en el 2^{do} cuatrimestre poder implementar dichas secuencias en cuarto, quinto, sexto y séptimo grado. En los apartados *"El diseño de las secuencias didácticas" y "Sobre la implementación de las secuencias didácticas"* describo algunas acciones llevadas a cabo y unos primeros análisis.

Sobre las primeras entrevistas semi-estructuradas

En el mes de diciembre del año 2022, realicé las entrevistas semi-estructuradas con el objetivo de recuperar las inquietudes, preocupaciones, logros y/o desafíos en relación con la enseñanza de la matemática de las maestras implicadas en el proyecto. El objetivo central fue que los docentes puedan explicitar algunas ideas que forman parte de sus marcos de referencia y que subyacen a sus prácticas y de esta manera, comenzar con los primeros pasos en el trabajo colaborativo. Unas primeras interpretaciones que realicé a partir de estas entrevistas, es que se percibe una preocupación por la comprensión de las consignas y la falta de explicitación de los procedimientos utilizados al resolver diversos problemas. También, expresaron la necesidad de articulación intraciclo e interciclo en relación con los contenidos y las formas de abordarlos. En particular, en relación con la enseñanza de las fracciones encontré expresiones del tipo "les cuesta entender que la fracción es una división... a ellos no les cierra esta noción", "tienen dificultad en la búsqueda de expresiones equivalentes" o "se confunden porque en su casa les enseñan otras formas de sumar con distintos denominadores". A partir de estas y otras expresiones, me pregunté si ¿el foco de la enseñanza de las fracciones estaría puesto solamente en las técnicas y algoritmos de las operaciones y muy poco en los significados?, interrogante que se intentará responder a partir de los análisis posteriores.

El Taller de Iniciación con todas las docentes de la escuela

En el mes de febrero de 2023 se concretó el Taller de Iniciación -que estaba previsto en la etapa de co-situación- con la participación de los docentes de 1^{ero} a 7^{mo} grado. A lo largo de dos jornadas de trabajo, el taller permitió recuperar las voces de las docentes y continuar estableciendo los vínculos necesarios para abordar el trabajo colaborativo posterior.

El propósito que me planteé con el taller fue ofrecer un panorama de la graduación de problemas en contexto de reparto -desde 1^{er} grado hasta 7^{mo} grado- donde intervienen los significados de la fracción como cociente, parte-todo y medida, a través de la resolución y el análisis de los mismos.

Cabe aclarar que las situaciones que propuse intentaron poner en discusión con las maestras participantes, las posibilidades de trabajo en cada grado y ciclo de la escuela primaria y no pretendieron constituirse en secuencias didácticas para ser implementadas directamente en el aula. En el mismo sentido, hay que tener en cuenta que los problemas presentados pueden formar parte de una secuencia y por lo tanto los saberes disponibles para abordarlos pueden ser diversos, todo depende de qué contenidos se hayan desarrollado antes y qué decisiones didácticas haya tomado el docente.

Comparto una actividad del Taller propuesta para 1er o 2do grado, con el objetivo de ilustrar algunos análisis que realizamos. Recuperando lo que expresé en la introducción del capítulo, habíamos concluido en la tesis de maestría, la necesidad de trabajar con los maestros el análisis de experiencias de reparto en las cuales se trabaje tempranamente en 1ero y 2do grado con bipartición, es decir con fracciones del tipo. Recuperé esta idea y la planteé a las maestras del Taller. Toda la consigna y el análisis realizado es una adaptación de una propuesta de Block (2022).

Analicen la siguiente situación y a continuación respondan las preguntas:

"Los alumnos de primer grado de primaria, organizados en equipos de dos o cuatro, realizaron una actividad que consistía en repartirse 3 tortas entre 2 niños (se le facilitó a cada grupo hojas de papel tamaño carta que representaban las tortas) de manera que a cada uno le tocara lo mismo y no sobrara torta"

a- ¿Qué procedimientos correctos o erróneos creen que podrían utilizar los niños y niñas para resolver esta situación? Enumérelos

b-¿Por qué podrían aparecer procedimientos erróneos?

C- Analicen el siguiente reparto de un grupo de 1^{er} grado y respondan: ¿Qué opinan del criterio que usaron los niños para corregir el reparto, a saber, que a todos les toque el mismo número de pedazos?

"Uno de los equipos de primer año hizo el reparto tipo 4. El grupo no lo aceptó como bueno, argumentando que no estaba bien porque a un niño le había tocado más torta: uno tenía cuatro pedazos y el otro solo dos. Al preguntar el observador qué se podía hacer para que les tocara lo mismo, una niña respondió: pasándole un pedazo al otro niño; lo hace y el grupo acepta entonces que así a los dos niños les ha tocado lo mismo, tres pedazos".

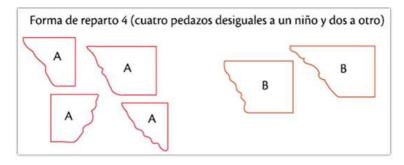


Imagen 1. Título: Reparto tipo 4. Fuente: Block, 2022

- d-¿Qué saberes tienen que tener disponibles los chicos y chicas para poder abordar esta situación?
- e- ¿Qué aprenden los chicos y chicas al resolver estos problemas de repartos? ¿Qué cuestiones de las fracciones pueden aprender?

Cabe aclarar que, previamente a la implementación del Taller, había realizado un análisis para acompañar las interpretaciones y comentarios que realizaran las maestras en esas dos jornadas. A continuación, recupero parte de estos análisis junto a algunas respuestas de las docentes. Para la consigna c- había considerado el análisis de Block (2022), en cuanto a la relación inversa entre dos variables: entre más pedazos, más pequeños. En esta situación hay dos datos que varían de manera inversa, el número de pedacitos en que se divide una cantidad y su tamaño: entre mayor es el número de pedacitos, menor es el tamaño de cada pedacito. Por su parte, la cantidad total a repartir no cambia. Puede observarse que los niños se centran en una variable (número de pedazos) y dejan de lado la otra (el tamaño de los pedazos), por eso no se dan cuenta de que la cantidad total a repartir no cambia.

Algunas respuestas al inciso c- fueron:

- M_1 : Los chicos contaron los pedazos atendiendo a la cantidad de partes que le tocaba a cada uno y no a la proporción.
- $\rm M_2$: Es un criterio que comúnmente utilizan los chicos ya que tienen en cuenta la cantidad de partes más que la parte en sí.
- M_3 : Se tuvo en cuenta la cantidad de porciones repartidas, no el tamaño de cada una.

Sobre la consigna d- ¿Qué saberes tienen que tener disponibles los chicos y chicas para poder abordar esta situación? El análisis que realicé a priori fue que los estudiantes de primer ciclo no necesitan un conocimiento previo de fracciones para resolver los problemas de reparto que se les plantean. De hecho, en los posibles procedimientos correctos y erróneos propuestos seguramente las fracciones no se escribieron, ni se mencionaron; esto también ocurrió en la experiencia llevada a cabo por Dávila

(1992) que tomé como parte del análisis de la propuesta para compartir con las maestras.

Algunos saberes que nombraron las docentes para el inciso c- fueron que, los chicos deberían poder tener una noción de repartir y qué implica partir y cortar, o la noción de conteo también nombraron como necesaria.

Sobre la consigna e-, el propósito que planifiqué para la actividad es que, los chicos y chicas de 1er y 2do grado, al realizar estos repartos, aprendan a hacer repartos equitativos (que a todos les toque lo mismo) y exhaustivos (que se reparta todo y no sobre nada), utilizando biparticiones. Por esto es conveniente proponer que los repartos sean entre 2, 4, 8, ... Pueden hacer repartos de uno o de varios enteros, con un resultado mayor o menor a un entero. Cabe aclarar que, no es que sea mejor hacer biparticiones, simplemente que es la forma de partir que los niños primero dominan, y es conveniente retomarla para un primer estudio de las fracciones. Además, hay un saber fundamental puesto en juego y es que: la cantidad no se determina sólo por el número de pedazos, sino también por el tamaño de los pedazos. Otro saber que subyace es: entre más pedazos se hacen, más chicos son. Está en juego una relación proporcional inversa que puede costar trabajo a los pequeños.

Con respecto a la introducción de los nombres de las fracciones, y de su escritura, se recomienda esperar hasta el tercer grado. Comprender que una notación (por ejemplo 1/2) formada por dos números («1» y «2») expresa una cantidad y no dos, es difícil, más cuando los alumnos están en proceso de afianzar su conocimiento de los primeros números naturales. Además, ¿cómo comprender que 1/2 es equivalente a 2/4 cuando para ellos cuatro pedacitos son más que dos pedacitos? (Block, 2022, p.42)

Las maestras respondieron frente a este interrogante que:

 $\rm M_{_1}$: Aprenden que a partir de distintas estrategias pueden llegar al mismo resultado siendo todas válidas. Pueden aprender equivalencias.

 $\rm M_2$: Que repartir es dar partes en igual cantidad, y que para repartir primero tuvieron que partir. Además, aprenden distintas opciones de reparto.

M₃: Pueden aprender a hacer equitativamente la repartición.

La tarea que aún me queda pendiente para realizar en los próximos meses, es el análisis de las respuestas correctas, no tan completas y/o erróneas de las maestras participantes y los intercambios que se dieron, los cuales quedaron registrados en grabaciones.

Los primeros encuentros con las maestras

Como lo mencioné en párrafos anteriores, una de las estrategias no planificadas al comienzo del proyecto, fue organizar encuentros grupales en el primer cuatrimestre del año 2023 para reconstruir prácticas y sentidos que tuvieran construidos las maestras de 2^{do} ciclo que participarían en el proyecto. En estos encuentros, dialogamos sobre los materiales que utilizan para planificar, qué preocupaciones tienen sobre la enseñanza de las fracciones, en qué momento del año tenían pensado trabajar con las fracciones y fundamentalmente qué tipo de trabajo se había realizado en años anteriores con los grupos de estudiantes. Esta última cuestión resultó central y un insumo fundamental para ir precisando las secuencias didácticas de cada grado. Estos encuentros funcionaron como un recurso exploratorio de la realidad institucional, específicamente de algunas prácticas de enseñanza de las matemáticas. Un primer análisis de la información recogida en estos encuentros y de otras fuentes (cuadernos de los estudiantes, libros de textos utilizados, intercambios informales con las maestras) me permiten repreguntarme si ¿existe una prevalencia en la enseñanza de un trabajo algorítmico por sobre la construcción de los significados de las fracciones?

Maestra: Lo que me acuerdo, ahora sí, para comentarte, fue el trabajo con fracciones, es el tema de lo que tiene que ver con trabajar las equivalencias. Viste que la forma en que trabajamos con las sumas, con las restas, con fracciones de distintos denominadores, es buscar la equivalencia para que tengan el mismo denominador y después el procedimiento que depende de cuando son sumas y restas con el mismo denominador. Ese procedimiento, de multiplicar el numerador y el denominador, el de arriba y el de abajo por el mismo número, lleva a muchas cuestiones en el hacer, es lo que más les cuesta. Y lo que me pasaba, con unas situaciones particulares, es que en casa, sus papás o sus mamás le transmiten otras formas de resolver. Viste que tenés distintas maneras: buscar el denominador

común, venían con "un matete" ... en casa para que hagan una actividad de tarea le enseñaban los papás y con lo que veíamos en el aula...

Entrevistadora: Qué te parece...¿con estos chicos que estás en séptimo vas a estar con toda esta cuestión de las equivalencias?

Maestra: Es un gran tema en lo que hace a fracciones, yo me he encontrado con una cuestión que lleva mucho, por más que sea algo reiterativo, de tantas actividades que sí o sí lo volvés a aplicar en muchas ocasiones porque para muchas ocasiones, para muchos procedimientos volvés a las equivalentes.

Entrevistadora: Estaba pensando... ¿no te acordás si tenían un repertorio de fracciones equivalentes, como ser un medio es igual a dos cuartos, o un medio es igual a cuatro octavos?

Maestra: algunos sí, no todos...

El diseño de las secuencias didácticas

Para el diseño de las secuencias didácticas tomé como referencia y material de análisis a Block Sevilla (2022). Este texto me permitió analizar y seleccionar problemas que las fracciones resuelven teniendo en cuenta la diversidad de problemas que existen y los roles que las fracciones juegan en diversos contextos. También, fue un insumo para analizar el tipo de consignas y las tareas matemáticas que se ponen en juego en cada actividad que se presenta en la secuencia didáctica.

Una cuestión a definir en primer lugar, antes de la selección de los problemas, fue qué contenidos queríamos trabajar en cada grado. En este sentido, los primeros encuentros con las maestras fueron claves para tomar la decisión, pues en esos encuentros analizamos qué contenidos los chicos y las chicas ya habían abordado en años anteriores, cuáles sí habían trabajado, pero "sobrevolándolos" con poca profundidad- según sus dichos- y cuáles contenidos no habían sido enseñados. Para dicho análisis, tomamos algunas carpetas de los estudiantes del año anterior, el libro de texto que habían utilizado y la planificación del docente. Por ejemplo, en 3er grado, los estudiantes -en relación con fracciones y el eje medida- no

habían trabajado ningún aspecto, lo cual hizo que pensemos la secuencia con algunos contenidos correspondientes a $3^{\rm er}$ grado y a partir de allí avanzar con otros de 4to grado. O en $4^{\rm to}$ grado habían realizado un trabajo con fracciones equivalentes a partir de representaciones gráficas y luego directamente un trabajo algorítmico con sumas y restas de igual denominador. Por lo tanto, tomé la decisión de también trabajar con una secuencia de actividades que priorice la noción de fracción en el contexto de la medida, al igual que en $4^{\rm to}$ grado. Los mismos análisis -de carpetas de los estudiantes, libros de textos utilizados y planificación del docenterealizamos en el caso de $6^{\rm to}$ y $7^{\rm mo}$ grado.

A continuación, comencé a pensar en los objetivos que me plantearía y tomé como referencia algunos comentarios que las maestras habían realizado en los encuentros. "No tantos objetivos, pocos, pero a cumplir". En la secuencia de 4^{to} grado, me propuse que los estudiantes construyan el concepto de fracción en el contexto de situaciones de medición de longitudes, también que puedan realizar mediciones efectivas utilizando distintas unidades de medida y por último que adquieran un repertorio de expresiones equivalentes fraccionarias y cálculos memorizados con fracciones usuales (medios, cuartos y octavos). Para la secuencia de 5to grado, avancé en relación con la propuesta de 4^{to} y propuse construir el concepto de fracción en el contexto de situaciones de medición de longitudes, pesos y capacidades como así también, adquirir un repertorio de expresiones equivalentes fraccionarias y cálculos memorizados de sumas y restas con fracciones usuales (medios, cuartos y octavos) e incorporando otras sumas de fracciones no usuales como tercios y sextos. Para las secuencias de 6^{to} y 7^{mo} grado opté por el contexto de reparto y me propuse que los estudiantes construyeran el concepto de fracción en el contexto de situaciones de reparto, que adquirieran un repertorio de expresiones equivalentes fraccionarias y cálculos memorizados con fracciones usuales y por último que puedan comparar y ordenar fracciones utilizando como recurso la recta numérica. La diferencia en 7^{mo} grado fue que pretendía que los estudiantes se aproximaran a generalizar que m unidades entre n = m/n de unidad y así establecer la relación entre fracción y división, cuestión que me resultaba muy interesante trabajar como forma de apostar a una articulación entre el nivel primario y el nivel secundario.

En el apartado siguiente, intenté recuperar algunas actividades de estas secuencias, y por esto se describen dos de ellas, una de 4to grado y la

otra de $7^{\rm mo}$. Dada la extensión del capítulo se dificulta presentar las secuencias completas, pero gran parte de las actividades se encuentran en el material de Block (2022) que está disponible digitalmente para consultar.

Sobre la implementación de las secuencias didácticas

Se realizó el acompañamiento en cada una de las aulas de la puesta en acto de las secuencias didácticas, articulando los horarios de modo de poder estar presente como observadora en el desarrollo de las mismas. En los casos en que no fue posible se solicitó la grabación de la clase y algunos comentarios de la maestra por WhatsApp.

En este apartado, me gustaría compartir algunas primeras escenas del aula, en las que los intercambios entre los estudiantes, como así también entre la maestra y los estudiantes, son potentes para advertir y analizar la riqueza en cuanto a los saberes que circulan de forma explícita e implícita en la clase.

Algunas escenas del aula de 4to grado

La secuencia de 4^{10} grado que se implementó consta de catorce actividades y se desarrolló a lo largo del mes de septiembre y una semana del mes de octubre de 2023, en un grupo de diecinueve estudiantes. El siguiente registro, es parte de una situación donde el docente propone la elaboración de una regla graduada con fracciones. Conduce la clase y va dando las indicaciones para el plegado y registro -en la tira de las fracciones- de medios, cuartos y octavos. A partir del plegado los estudiantes gradúan la tira U en medios, cuartos y octavos y podrán notar las equivalencias entre las fracciones señaladas. Por ej.: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ entre otras.

Maestra: Vamos a probar. Lo divido en la mitad, lo vuelvo a dividir. Y lo vuelvo a dividir. ¿Cuántos octavos son ahí justo en esa línea?

A₁: Ocho.

Maestra: Acá. ¿Cuántos son?

A₂: Cuatro.

Maestra: Cuatro octavos. O sea que tengo que hacer cuatro pedacitos. Al igual que en la de cuartos tengo que dividirlo...

A₃: ¡Seño! Un cuarto son dos octavos.

Varios Alumnos: Sí.

A₃: Y dos octavos son un cuarto.

[empiezan a intercambiar en un grupito algunas equivalencias, algunas correctas y otras no...]

La maestra, acompaña la construcción de la regla graduada en el pizarrón. La imagen 2 fue tomada del pizarrón:



Imagen 2. Título: Regla graduada. Fuente: Elaboración propia

Luego, la secuencia continúa de esta forma:

La maestra anota en el pizarrón las medidas de dos segmentos, por ejemplo, A=1/2 de unidad y B=1/8 unidad y pregunta:

a) ¿Cuál de los dos segmentos es más largo? (Se aclara que no pueden dibujarlos aún) ¿Por qué piensas que es más largo? Argumentar la respuesta por escrito.

A partir de aquí, los chicos y chicas comienzan a trabajar en pequeños grupos durante unos minutos y luego la maestra recupera en el pizarrón lo que cada grupo fue pensando. El siguiente pizarrón ilustra lo que circuló en ese momento de puesta en común (Imagen 3).

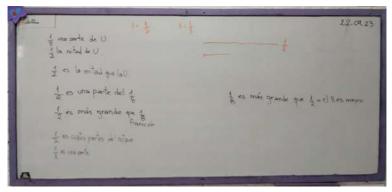


Imagen 3. Título: Pizarrón de la clase de cuarto grado.Fuente: Elaboración propia.

Luego, la docente propone esta consigna:

b) Tracen en el piso los segmentos usando la regla graduada con fracciones para medir (la de la Actividad 8), para verificar su elección.

Los estudiantes se entusiasmaron con esta verificación y trabajaron con su regla graduada y tizas de colores, en el piso del aula trazando los segmentos $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$.

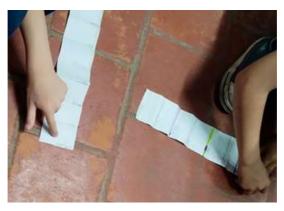


Imagen 4. Título: Trabajo con la regla graduada. Fuente: Elaboración propia.

Una experiencia colaborativa en torno a la enseñanza de los números racionales en la escuela primaria

Maestra: Bien, ahí comprobamos al trazar las líneas en el piso. Por más que el ocho es mayor que el dos, eso no implica que en las fracciones, que estas fracciones sean más grandes. ¿Sí? Esa es la primera comprobación. La otra, vamos a ver, me dijeron varios que un medio era la mitad de la tira unidad.

A₁: Seño, un medio es la mitad de la tira unidad.

A₃: Un octavo, es un cuarto de la mitad de la tira.

Observadora: ¡Qué difícil eso que dijiste y qué interesante!

A₃: Un octavo, es un cuarto del medio.

Algunas escenas del aula de 7mo grado

La secuencia de 7^{mo} grado que se implementó consta de catorce actividades -al igual que la de 4^{to} grado- y se desarrolló la última semana del mes de septiembre y durante dos semanas del mes de octubre de 2023, en un grupo de diecinueve estudiantes. El siguiente registro, es parte de una situación donde el docente propone un problema del libro de texto¹ que estaban usando pero que no estaba pensada en la secuencia didáctica original. Recupero esta actividad, por la riqueza de expresiones fraccionarias con las que trabajaron los chicos y chicas y por los intercambios que se dieron en el aula, cuestión que no habíamos previsto en el análisis previo de la secuencia.

Piensen dos formas diferentes de repartir estos chocolates de forma que no sobre nada y que a cada no le toque la misma cantidad.

a- 6 chocolates entre 4

b- 14 chocolates entre 3 amigos

c- 3 chocolates entre 4

1 El libro de texto utilizado fue (Margolis et.al., 2022).



d- 5 chocolates entre 6 amigos

A continuación, presento el intercambio que se da en el aula entre la maestra y distintos estudiantes para el inciso d-, es decir, para el reparto de 5 chocolates entre 6 amigos.

Maestra: ¿Pasamos a la última? Así después ya hacemos una mirada general. Cinco chocolates entre seis chicos.

A₁: Yo en esa solo pude hacer una.

A₂: Sí, yo también.

Maestra: Bueno, vemos entre todos lo que pensaron y capaz que sumamos. Pasá, ... [La maestra nombra a uno de los alumnos para que pase al pizarrón]

[silencio]

 \mathbf{A}_3 : Yo lo que hice fue dividir los primeros tres a la mitad, para que cada uno pueda comer un medio.

Maestra: Para tener seis partes así le da una mitad a cada uno.

 A_3 : Sí. Y de acá, ahí ya faltaban dos nomás. Porque esto ya lo había dividido y cada uno comía una mitad.

Maestra: De los cinco chocolates te quedaban dos.

A₃: Y como me quedaban dos enteros y no eran dos chicos los que faltaban, los dividí en tres. Así cada uno podía comer un tercio también, un tercio más. Y cada uno come un entero y un tercio.

Maestra: Bueno.

A₃: Estos serían los chicos que yo represento. [Dibuja en el pizarrón]

Una experiencia colaborativa en torno a la enseñanza de los números racionales en la escuela primaria

Maestra: Se ve que no es muy nutritivo el chocolate. Entonces, ponelos por acá. Acá debajo. [La maestra señala el lugar en el pizarrón para dibu-

jar]

Maestra: Como vos decís, un medio. Y... Lo que vos dijiste recién que le daba cada uno.

A₃: un medio y un tercio.

Maestra: Bien, está perfecto. ¿Alguno de los compañeros lo había pensado así también?

[La maestra va nombrando a distintos chicos y chicas para preguntarle si lo pensaron igual o distinto]

Maestra: ¿Los que no lo pensaron así, ¿cómo lo pensaron? Y ahí tendríamos las dos maneras. Bueno, ¿querés pasar? [Nombra a una de las chicas para que pase al pizarrón]

[Silencio]

 \mathbf{A}_4 : Bueno, yo partí tres a la mitad, me daba seis. Después partí uno, dos en seis.

Maestra: En seis. Y entonces ahí, con tu forma de partir, ¿cuánto le das a cada uno ahí?

A₄: Le doy una mitad.

Maestra: ¿Y cuánto? Escribilo allá ...poné un igual, un signo igual y poné entonces tu manera de... ¿Cómo dijiste? ¿Primero acá? ¿Cuánto le damos a cada uno?

A₄: una mitad.

Maestra: Bueno, una mitad ¿Cómo lo escribiría?



A₄: un medio.

Maestra: Un medio y ¿de acá qué le dabas?

A₄: Cuartos

Maestra: ¿Estás segura de que son cuartos? ¿En cuántas partes lo dividiste?

A₄: En seis.

Maestra: Entonces son...sex...tos. ¿Cuántos sextos entonces?

A₄: Dos sextos. [Escribe en el pizarrón las expresiones]

A_s: Seño, yo tengo otra.

Maestra: Bueno, a ver...borramos. Pasá y ahí ya cerramos. Pasá y contanos.

 $\rm A_{\rm s}$: Yo acá hice los cinco chocolates. Yo los partí en sextos y... iba, éste va para éste, éste va para éste, éste va para éste, este va para éste, este va para éste.....

Maestra: Uno de los seis pedacitos para cada uno de los seis chicos.

A₅: Claro, y así con los cinco.

Maestra: Claro, y como son cinco chocolates son cinco sextos. Escribilo ahí, igual, porque también es perfecto.

Como se puede advertir en los diálogos, luego de los intercambios se obtienen distintas expresiones para el reparto "5 chocolates entre 6 amigos". Cabe aclarar que falta en la escena que recupero del aula, una tarea matemática fundamental como lo es la argumentación de por qué esas expresiones fraccionarias son equivalentes, cuestión relacionada con uno de los contenidos seleccionados para desarrollar: argumentar sobre la equivalencia de diferentes representaciones de un número, usando expresiones

fraccionarias. Todo el intercambio se fue plasmando en la pizarra como muestra la imagen 5:

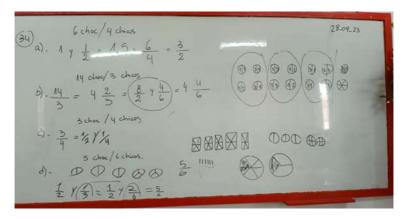


Imagen 5. Título: Pizarrón de la clase de séptimo grado.Fuente: Elaboración propia.

Las expresiones $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{6}$ = $\frac{5}{6}$ están acompañadas de representaciones gráficas realizadas por los chicos y chicas, las cuales constituyen un apoyo gráfico para poder pensar las equivalencias entre las expresiones fraccionarias. No se hace énfasis en la exactitud de los gráficos -nótese que se trazaron a mano alzada- ni tampoco en la exactitud de las particiones, sino que son apoyos gráficos para los estudiantes que pasaron al pizarrón a compartir la forma de pensar el reparto. La docente luego recupera estas expresiones que quedaron en el pizarrón y elabora un "cartel de equivalencias" para dejar expuesto en el aula como memoria del trabajo realizado.

A modo de cierre

Comenzaba este capítulo recuperando los desafíos que nos habíamos planteado al finalizar la tesis de maestría y cómo esos desafíos se fueron entretejiendo con los desafíos de la nueva investigación de doctorado. Luego, presenté el tema de investigación, junto a los antecedentes y el marco teórico profundizado hasta el momento. Avanzando en el capítulo

comenté algunas decisiones tomadas en torno al trabajo de campo y realicé algunas descripciones sobre las entrevistas, los primeros encuentros con las maestras participantes, la implementación del taller de iniciación, la planificación de las secuencias didácticas para los cuatro grados del $2^{\rm do}$ ciclo y por último algunas escenas del aula de $4^{\rm to}$ y $7^{\rm mo}$ grado.

Si bien aún no he realizado un análisis detallado y riguroso de los resultados obtenidos en las etapas de co-situación y co-operación, la intención al escribir estas páginas fue compartir el trabajo realizado en estos meses junto al equipo de investigación y las maestras participantes, y en ese compartir poder visibilizar el trabajo docente que se realiza a diario en las escuelas y los desafíos que implica. Y si de desafíos se trata, queda por delante el gran trabajo de análisis de todo el material producido y el avanzar en la etapa de co-producción propuesta en el proyecto.

Referencias

- Bednarz, Nadine. (2000). Formation continue des enseignants en mathématiques: une nécessaire prise en compte du contexte. En P. Blouin y L. Gattuso (dir.), Didactique des mathématiques et formation des enseignants (pp. 61-78). Montréal: Modulo.
- Bednarz, Nadine. (2013). Recherche collaborative et pratique enseignante : regarder ensemble autrement. París: Ed. L. Harmatan.
- Block, David. (2006). La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico. (1 ed.) Tesis de Doctorado DIE (versión disco compacto). México: Departamento de Investigaciones Educativas del Cinvestav. 544p. ISBN 968-9020-04-8 (1000 ejemplares) (Tesis presentada el 29 de marzo de 2001).
- Block, David. (2007). Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria. Serie Tesis Maestría DIE (versión disco compacto) México: Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV, 246p. ISBN: 978-968-9020-05-9. (Tesis presentada el 11 de diciembre de 1988).

- Block Sevilla, David. (2022). Más de uno, pero menos de dos. La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica. México: Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV
- Brousseau, Guy. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación matemática*, 12(1), 5-38.
- Brousseau, Guy, Brousseau, Nadine. y Warfield, Virginia. (2004). Rationals and decimals as required in the school curriculum. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(1), 1–20.
- Castaño Torres, Yesenia. (2021). Trabajo colaborativo entre profesores de secundaria e investigadores. Una experiencia en torno a la caracterización y congruencia de figuras geométricas. México: Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV.
- Dávila, Marta. (1992). El reparto y las fracciones. *Educación Matemática,* 4(1), 32-45. http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol4/vol4-1/vol4-1-3.pdf
- Desgagné, Serge, Bednarz, Nadine, Lebuis, Pierre, Poirier, Louise y Couture, Christine. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des Sciences de l'Éducation*, 27(1), 33–64.
- Freudenthal, Hans. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel.
- Imvinkelried, María Laura. (2020). Las concepciones de los futuros docentes sobre la noción de fracción. [Tesis de maestría, Universidad Nacional del Litoral]. https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8443/handle/11185/5712
- Kieren, Thomas. (1988). Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. En J. Hiebert y M. Behr (Eds.)

 Number Concepts and operations in the middle grades (Vol 2, pp.



- 162-181). Lawrence Erlbaum Associates National Council of Teachers of Mathematics.
- Margolis, Fabiana, Montero, Barone, Ana, Varettoni, Marcos, Chelle, Maria Teresita, Echevarría, Karina. (2022). Estrada a dúo 7. Prácticas del lenguaje. Matemática. Boulogne: Estrada.
- Saboya, Mireille. (2013). Vers la clarification d'un projet visant le développement d'une activité de contrôle chez les élèves. En Bednarz, N. (2013). Recherche collaborative et pratique enseignante: regarder ensemble autrement (pp. 69-76). París: Ed. L Harmatan.

Algunas reflexiones en relación con la validación de una tarea de construcción geométrica que incorpora el GeoGebra al medio didáctico

Ana Inés Cocilova*

n este trabajo presentamos algunos hallazgos acerca de cierto uso del L'software GeoGebra en la resolución de una tarea de construcción geométrica, haciendo foco en los procesos de control y en los indicios de validación que aparecen en la clase. Estos análisis forman parte de una indagación realizada en un trabajo de tesis de maestría¹, cuyo objetivo principal es describir y analizar dialécticas de validación en la resolución de tareas geométricas, en el marco de un proceso de estudio que integra el uso de software de geometría dinámica en la formación de profesores de nivel inicial y de nivel primario. El proyecto tiene un alcance descriptivo, puesto que el propósito es describir y analizar las dialécticas de validación tal como suceden en los escenarios áulicos reales. Se propone un trabajo etnográfico de corte transversal. El caso que se estudia corresponde a la cátedra "Matemática" del Profesorado de Nivel Primario y del Profesorado de Educación Inicial del Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur. Los referentes empíricos provienen de observaciones realizadas en el curso intensivo de verano, que se presenta como una alternativa de cursado durante los meses de enero y febrero, para estudiantes que no pudieron aprobar el cursado de la asignatura en

¹ Proyecto de tesis titulada "Dialécticas de validación en clases de matemática que integran el software GeoGebra. El caso de los estudiantes del Profesorado de Educación Primaria y de Educación Inicial de la Universidad Nacional del Sur", del programa de Maestría en Procesos Educativos Mediados por Tecnología, del Centro de Estudios Avanzados (FCS-UNC), bajo la dirección del Mg. Aníbal Darío Giménez y la codirección del Dr. José Nicolás Gerez Cuevas.

Maestría en Procesos Educativos Mediados por Tecnología, CEA, FCS, UNC - Departamento de Matemática - Departamento de Ciencias de la Educación, UNS / cocilova@uns. edu.ar

forma regular. Se observaron un total de diez clases, correspondientes a la unidad didáctica Geometría. Se recolectaron datos en formato audio y video de los momentos de socialización; grabaciones de pantalla de las producciones grupales de las estudiantes, y archivos de las producciones realizadas en el software GeoGebra. Estos datos se complementaron con un diario de campo. En este escrito particularmente nos concentraremos en algunos análisis sobre dos clases en las que se trabajó en torno a una tarea de construcción geométrica. El interés de analizar esta tarea es que permite indagar acerca de un cierto uso del GeoGebra, en el cual el mismo fue incorporado al medio didáctico en la propia gestión de la clase, dado que en principio la tarea se planteó para ser resuelta en un entorno de trabajo con lápiz y papel y, a partir de ciertos emergentes de la clase, fue retomada posteriormente en el entorno de trabajo del software GeoGebra.

Algunas ideas como punto de partida

Para iniciar este recorrido, podemos comenzar por notar que existe una tradición en la Didáctica de la Matemática respecto a la investigación en torno a la incorporación de diferentes tecnologías en los procesos de estudio de la matemática. Particularmente podemos destacar el caso de los llamados softwares de geometría dinámica entre los cuales se encuentra el GeoGebra. Estas incorporaciones no son neutras, sino que causan diferentes efectos en los procesos de estudio y en los saberes matemáticos que se ponen en juego. Por ejemplo, en Artigue (2011) se estudia el rol de las tecnologías en el estudio de la matemática, y se concluye que las mismas tienen no sólo una función pragmática sino también una función epistémica, "en el sentido de que nos ayudan a comprender los objetos matemáticos que movilizan (Artigue, 2011, p. 21). En Balacheff (2000) se expresa que "estos entornos modifican el tipo de matemáticas que se puede enseñar, el conjunto de problemas y las estrategias didácticas. El conocimiento profesional del profesor también debe cambiar" (Balacheff, p. 93, 2000).

Específicamente para el caso de la geometría, donde se ponen en juego procesos complejos tales como el visualizar, el dibujar, el construir, diferentes autores afirman que el empleo de los llamados softwares de Geometría Dinámica beneficia el aprendizaje de la geometría (De Villiers, 1996; Jones y Fujita, 2001, Royal Society, 2001) en tanto posibilitan la construcción de representaciones dinámicas de figuras geométricas. Sin embargo, aún no hay evidencia de que las actividades en ambientes de geometría dinámica mejoren las condiciones para el desempeño de los alumnos en cuanto a la demostración, tal como se afirma en Sanchez y Sanchez (2003). En ese sentido Balacheff (2000) advierte que la evidencia perceptual que ofrecen este tipo de softwares puede provocar que los alumnos no vislumbren la necesidad de una demostración.

Estas cuestiones nos permitieron comenzar a problematizar el impacto de la incorporación de estos softwares como ayudas al estudio en el ámbito de la formación inicial de los profesores de nivel primario e inicial. Algunas de las preguntas que inicialmente nos planteamos son las siguientes: ¿Qué características tienen los procesos de validación y prueba en la resolución de tareas de geometría al incorporar el software Geo-Gebra al medio didáctico? ¿Cómo se distribuyen las responsabilidades en relación con la validación de las producciones matemáticas al incorporar el Geo-Gebra al medio didáctico? ¿Qué tipos de prueba viven en las clases de matemática cuando se incorpora el uso del software? ¿Cuáles son los beneficios que pueden identificarse en relación con la incorporación del software Geo-Gebra al medio didáctico, en post de propiciar el estudio de la validación como un objeto de enseñanza en la formación docente inicial de profesores de nivel Inicial y de nivel Primario?

Estos interrogantes nos permitieron delimitar el objetivo general de nuestra indagación: Analizar dialécticas de validación en el marco de una propuesta de enseñanza de la geometría que integra el uso del software GeoGebra, en la formación docente inicial del profesorado de nivel inicial y de nivel primario.

La concreción de dicho objetivo hace necesario alcanzar los siguientes objetivos específicos:

- 1. Describir las dialécticas de validación en la resolución de tareas geométricas en el marco de un proceso de estudio que integra el uso de software de geometría dinámica.
- 2. Identificar cómo se reparten las responsabilidades en relación con la validación de las producciones matemáticas en las clases de geometría.

- 3. Caracterizar la axiomática áulica sobre la cual se sustentan las dialécticas de validación en las clases de geometría cuando se incorpora el software GeoGebra al medio didáctico.
- 4. Evaluar los aportes de la incorporación del software GeoGebra sobre el desarrollo de las dialécticas de validación y a la actividad matemática en clases de geometría en la formación inicial.

Asumiendo como posición epistemológica una mirada antropológica de la actividad matemática (Chevallard, 1999), consideramos que es necesario analizar los procesos de creación y difusión de la matemática en el seno de las propias instituciones. Así propusimos la realización de un estudio de caso acerca de las clases de geometría dictadas en el marco de la materia "Matemática" perteneciente al plan de estudio del Profesorado de Educación Primaria y del Profesorado de Educación Inicial del Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur. Dentro de la asignatura "Matemática" en la que la investigación se sitúa, los procesos de validación y prueba se presentan como un objeto de enseñanza, tal es así que uno de los objetivos de la asignatura, tal como aparece en el programa de la materia, es "que los alumnos logren ampliar y profundizar los procesos de validación y control que llevan adelante a la hora de resolver actividades". La validación es un componente esencial e intrínseco de la actividad matemática, por lo que su estudio es un puente para adentrarnos en el impacto de la tecnología en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática en general y de la geometría en particular.

La propuesta problematiza el empleo de la tecnología en los procesos de estudio de la geometría en el ámbito de la formación inicial del profesorado de educación primaria y de educación inicial, así es que consideramos que un primer nivel de impacto de la investigación puede darse en esa misma institución, dado que los emergentes del estudio serán posibles insumos que permitan cuestionar la formación matemática de los futuros maestros egresados de la Universidad Nacional del Sur. Un segundo nivel de impacto sería en el ámbito de la Didáctica de la Matemática, la cual postula la necesidad de cuestionar la formación de profesores de todos los niveles educativos. Y, por último, la investigación abonaría los propios desarrollos tecnológicos ligados a la mediación en procesos educativos,

debido a que se trabajará con un software que ha sido diseñado con fines didácticos.

Acerca del trabajo de campo

Los referentes empíricos de la indagación provienen de observaciones no participantes que se realizaron durante el mes de febrero de 2023, sobre un total de 30 horas de clases. Las observaciones se realizaron en el contexto del dictado del curso intensivo de verano de la asignatura "Matemática" para estudiantes del Profesorado en Educación Inicial y del Profesorado en Educación Primaria, del Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur. El dictado intensivo en cursos de verano es una modalidad en la que se replica la asignatura con un dictado de cursado diario, durante los meses de febrero y mediados de marzo y que se ofrece como una alternativa para aquellos estudiantes que no han aprobado el cursado en forma regular durante el ciclo lectivo. En este curso, las sesiones de clases se organizaron en bloques de dos o tres horas de duración, de lunes a viernes. La cátedra estaba conformada por el profesor que habitualmente dicta la materia en el cursado regular, y por una ayudante de cátedra. La matrícula de estudiantes inscriptos al curso fue de 45 estudiantes, con una asistencia promedio de 33 estudiantes por semana. Se observaron todas las clases correspondientes a la unidad Geometría.

¿Qué datos se recolectaron?

Principalmente se recolectaron datos en formato de audio y video, y archivos de GeoGebra. Para el caso de los momentos de trabajo público (exposiciones del docente, momentos de discusión y de socialización) se empleó una cámara 360 que posibilitaba filmar la pizarra y parte del aula. Durante las sesiones de clase en las que se realizaron propuestas de trabajo en parejas y en pequeños grupos en el entorno de GeoGebra, se grabaron las pantallas de las computadoras de las estudiantes, así como también se registró el audio de las voces de cada grupo. Estos archivos se complementaron con los archivos en GeoGebra de las producciones de

los estudiantes. Todos estos datos se complementaron con un diario de campo elaborado durante las observaciones.

La sistematización de los datos

El gran caudal de datos obtenidos en el trabajo de campo hizo necesario en primer lugar tomar algunas decisiones que posibiliten la organización y la sistematización de estos. Para la realización del primer mapeo de los datos se creó una tabla hipermedial consistente en una tabla colaborativa organizada en tres columnas. La primera de ellas, denominada "Clases y links a videos", registra la fecha de la clase y contiene enlaces a los registros de todos los videos que registran diferentes momentos de la clase, de modo de facilitar el acceso a los mismos. La segunda columna, denominada "Descripción de la clase", contiene un punteo sintético de algunos aspectos generales de la clase, por ejemplo, la metodología de trabajo, los diferentes momentos de la clase (públicos, privados, individuales, en grupos), así como un registro de las consignas de las tareas que se trabajaron. En la tercera columna, llamada "Sobre la validación", se identifican algunos momentos de la clase que resultan de interés para rastrear momentos de intercambio público que son considerados como relevantes para poder capturar los indicios de los procesos de control y validación. Se incorporan asimismo en la tabla enlaces a archivos de análisis y de desgravación de ciertos momentos de la clase, que corresponden a etapas de preparación de los datos.

Sobre los referentes teóricos

Antes de continuar con este recorrido, es necesario detenernos a poner luz acerca de algunos de los conceptos relevantes para nuestra indagación. Al aproximarnos a los procesos/dialécticas de validación en clases de matemática, es usual encontrar en la bibliografía una gran variedad de términos asociados, algunas veces empleados casi como sinónimos, y que en la práctica pareciera que se amalgaman unos con otros haciendo difusos los límites entre ellos. Nos referimos a vocablos tales como razonamiento, explicación, argumentación, control, prueba y demostración. ¿Cuál es el sentido de cada uno de estos términos? ¿Cuáles son las similitudes y alcances de cada uno de ellos? ¿Cómo se entraman los mismos en las dialécticas

de validación? En primer lugar, podemos comenzar acercándonos al concepto de razonamiento, puesto que al decir de Balacheff (2019) es en esta competencia que se sitúa la demostración.

El razonamiento:

...[es la] organización de proposiciones que se dirige hacia un enunciado objetivo para modificar el valor epistémico que este enunciado objetivo tiene en un estado de conocimiento dado, o en un medio social dado, y que, en consecuencia, modifica su valor de verdad cuando se cumplen ciertas condiciones particulares de organización. (Duval, 1992, p. 52, en Balacheff, 2019, p. 4, traducción propia).

Podemos notar que, en esta definición, Balacheff y Duval enfatizan el papel del valor epistémico, el cual se refiere a "el grado de certeza o convicción que se atribuye a una proposición" (Duval, 1991, p. 254, en Balacheff, 2019, p. 4, traducción propia). Es decir, que la certeza de una proposición no sería un atributo intrínseco a la misma, sino que es algo que es atribuido por un otro. A su vez, podemos notar el carácter situado que tiene este proceso, lo cual podríamos decir que responde a la relatividad institucional de la actividad matemática. El razonamiento nos lleva a ingresar en la problemática de la explicación, que es un término que parece ser controversial en la bibliografía por sus relaciones con la prueba y la demostración. La explicación se da fuertemente en la esfera de lo privado, actuando sobre los objetos y relaciones (Balacheff, 2019). Pero trasciende además a la esfera de lo público, debido a que la explicación permite organizar algo dentro de un sistema de conocimiento, por lo que es un término que se vincula fuertemente con la prueba y la demostración. Cuando aparece la intención de producir un discurso para convencer a otro (ya saliendo de la esfera de lo privado), ahí pasamos a la argumentación:

La expresión argumentación matemática puede significar al menos un argumento potencialmente admisible con respecto a las normas de la clase de matemáticas. No es inmediatamente una demostración, pero puede serlo si es reconocida como tal por la clase y confirmada por el profesor. (Balacheff, 2019, p. 31, traducción propia)

Hay también una componente crítica en la argumentación, en tanto nos permite anticipar objeciones y desacuerdos acerca de las ideas en juego. Cuando la argumentación es aceptada por otros, se convierte en una prueba:

Una prueba es un argumento matemático, una secuencia conectada de afirmaciones a favor o en contra de una afirmación matemática, con las siguientes características: 1. Utiliza afirmaciones aceptadas por la comunidad de la clase (conjunto de afirmaciones aceptadas) que son verdaderas y están disponibles sin más justificación; 2. Emplea formas de razonamiento (modos de argumentación) que son válidas y conocidas por la comunidad de la clase, o que están a su alcance conceptual; y 3. Se comunica con formas de expresión (modos de representación de los argumentos) que son apropiadas y conocidas por la comunidad del aula o que están a su alcance conceptual. (Stylianides, 2007, p. 291; en Balacheff, 2019, p. 31, traducción propia).

Habrá así mismo argumentaciones que no serán aprobadas colectivamente, en cuyo caso quedarán a un nivel de conjeturas.

Cuando la prueba cumple con ciertas características normativas, es aceptada como una demostración, en el sentido de una prueba matemática. Acerca de la demostración podemos decir por un lado que es "la herramienta canónica de demostración en matemática". Sin embargo, Balacheff (2019) advierte que, debido a su alto costo, no puede ser el medio exclusivo de validación en el aula. Aquí entonces podemos notar que existen diferencias entre lo que es validar en el contexto de la matemática como disciplina, y lo que comprende el validar en el ámbito de una clase.

También vinculado a la validación y a la prueba, aparece otro término vinculado a los mismos, nos referimos al control: "Llamaremos proceso de control al proceso de anticipar la validación". (Margolinas, 1993, p. 213, en Balacheff, 2019, p. 19, traducción propia). El control, para esta autora, juega un rol muy importante en el contexto de la resolución de un problema, en tanto permite al estudiante tomar decisiones respecto a las estrategias que pone en juego, permitiendo que sus argumentaciones evolucionen desde pruebas empíricas hacia pruebas formales. Esto permite notar cómo se entraman en la práctica la resolución de un problema y la validación de este, rompiendo con una idea ingenua de linealidad entre

ambos procesos, no se relega a la validación como una "fase" que se da al finalizar el proceso de resolución.

Hacia la construcción del objeto de estudio

Una vez concluida la fase de mapeo general de los datos, se comenzó con los análisis en profundidad de los datos. Aquí nos interesa mencionar que este es un momento que exigió la toma de diferentes decisiones en función de los objetivos perseguidos por la indagación. En nuestro caso, algunas de las cuestiones que tuvimos que resolver fueron las siguientes: en qué orden se realizarán los análisis más puntuales? ;se priorizarán los datos vinculados con los momentos de intercambio público o privado? En un primer acercamiento a los datos, con una mirada ingenua acerca del concepto validación, priorizamos el análisis casi exclusivo de aquellos momentos de la clase en los que se realizaban intercambios públicos. Luego de algunos debates teóricos que nos permitieron recuperar la relevancia del concepto de control, vislumbramos la necesidad de complementar los análisis realizados con lo que sucedía en la esfera de lo privado. Esta dialéctica entre lo público y lo privado, consideramos que puede ser un acercamiento superador al sentido otorgado a la validación en el recorrido hecho hasta el momento en nuestra indagación. Es interesante notar que este proceso de revisión de la toma de decisiones es propio de la lógica dialéctica o compleja de investigación (Achilli, 2005) a la que adherimos desde nuestro posicionamiento metodológico para nuestra investigación. Lejos de ser un proceso lineal, la construcción del objeto es un proceso vivo y dinámico, que va modificándose/transformándose/nutriéndose solidariamente con la emergencia de (nuevas) preguntas, de ciertos hallazgos, y de algunos obstáculos que aparecen en el camino, a medida que se ponen en diálogo datos, conceptos, miradas e interpretaciones.

Iniciando el proceso de análisis

En este apartado recuperamos algunos análisis sobre dos sesiones de clase en las que se trabajó en torno a una tarea de construcción geométrica. El interés de analizar esta tarea es que permite indagar acerca de un *cierto uso* del GeoGebra, en el cual el software fue incorporado al medio didáctico en la propia gestión de la clase, dado que en principio la tarea se planteó

para ser resuelta en un entorno de trabajo con lápiz y papel y, a partir de ciertos emergentes de la clase, fue retomada posteriormente en el entorno de trabajo del software GeoGebra.

Las clases analizadas versaron en torno a la siguiente tarea: "Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar una recta perpendicular [a la misma] que pase por el punto".

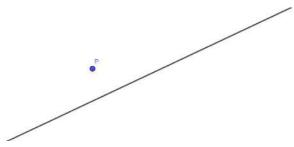


Imagen 1. Título: Datos dados a partir de los cuales se debe realizar la tarea de construcción geométrica. Fuente: Elaboración propia.

Se trata de una tarea de construcción geométrica, esto es, aquellas construcciones de la geometría euclídea que se realizan a partir del trazado de rectas y circunferencias a partir de un conjunto de objetos dados (Gentile, 1987). Las subtareas que pueden realizarse en este tipo de tareas son las siguientes:

- Trazar una recta con la regla no graduada, a partir de dos puntos dados;
- Trazar una circunferencia con el compás, a partir de un centro y un punto, o de un centro y un radio (determinado por un segmento dado);
- Hallar los puntos de intersección entre dos objetos dados (por ejemplo, entre dos rectas, o entre una circunferencia y una recta, etc.).

Todo objeto ya construido puede usarse para construir nuevos objetos a partir del mismo.

En la imagen 1 pueden visualizarse los datos dados a partir de los cuales debe realizarse la construcción para la tarea en cuestión, con el empleo del compás y de la regla no graduada.

En las clases observadas esta tarea formaba parte de una secuencia de tareas previas, las cuales consistieron en las siguientes construcciones: "dado un segmento trazar la mediatriz de este", "dado un segmento trazar una recta perpendicular al mismo", y "dada una recta trazar una recta perpendicular a la misma".

A continuación, describiremos cómo se gestionó la clase y el medio didáctico en las dos clases que analizamos.

En las clases observadas, la metodología de trabajo observada era el formato taller en la que se propiciaba la discusión de ideas y la construcción colectiva de conocimientos. Esto va en línea con lo expresado por el profesor en el programa de la asignatura, donde se indica lo siguiente en el apartado "Metodología":

Con la finalidad de constituir una Comunidad de Estudio (Chevallard, 2013), el trabajo estará organizado con modalidad aula taller. En la cual, a partir del estudio de problemas, intra y extra-matemáticos (que permitan el abordaje de la organización matemática de referencia (Chevallard, 1999), los alumnos deben desarrollar tareas de investigación que les permitan involucrarse en un aprendizaje autónomo y continuo para construir respuestas provisorias cuya validación estará a cargo de la comunidad de estudio. En este sentido el docente se constituirá en un medio más entre las medias (Chevallard, 2013) que circulan en el aula. [tomado del programa de la asignatura "Matemática"²]

En el extracto anterior puede notarse la explicitación del posicionamiento del docente con respecto a la metodología de trabajo y a la validación de las producciones que se produzcan en el aula.

² Disponible en https://apps.uns.edu.ar/programas_materias_autorizados/ED/206.pdf

Acerca del medio en el entorno de lápiz y papel

El trabajo áulico se realizó en forma individual, aunque algunas estudiantes conformaron pequeños grupos de trabajo en forma espontánea. En relación con el medio didáctico, se trabajaron las construcciones geométricas sobre hojas de papel liso, empleando regla no graduada y compás. En los momentos de intercambio público, se compartieron las producciones en el pizarrón, con el empleo de útiles de geometría para pizarra.

Además de la construcción geométrica planteada, se dejó indicada la consigna de que cada estudiante debía escribir todos los pasos de la construcción realizada, que era llamado "protocolo de construcción" por el grupo clase. Luego se realizó una puesta en común de la actividad, adoptando la siguiente dinámica: una estudiante daba lectura de su protocolo de construcción, y, en simultáneo, otra estudiante iba realizando los pasos indicados en el pizarrón, usando regla y compás para pizarra. Esta dinámica permitía el ajuste de los protocolos.

Acerca del medio en el entorno de GeoGebra

Se retomó la tarea de construcción geométrica, incorporando el Geo-Gebra al medio didáctico. En el GeoGebra se restringió el uso a la Vista Gráfica, y se ocultaron los ejes cartesianos y la cuadrícula que por defecto aparecen visibles en la interfaz del software. Se excluyó el uso de la herramienta "construcción de una recta perpendicular por un punto dado".

El trabajo áulico se llevó a cabo en pequeños grupos, armados en forma espontánea por las estudiantes, y se fueron realizando diferentes momentos de socialización de las producciones de GeoGebra en la pizarra digital haciendo uso de un proyector.

¿Qué características específicas adquiere el medio didáctico al incorporar el software GeoGebra?

Los objetos construidos en GeoGebra tienen ciertas características específicas debido a la mediación del software. Acosta Gempeler (2007) se refiere a estos objetos con el término "ostensivos computarizados". Los objetos construidos se vinculan mediante una relación de dependencia entre ellos, pudiendo distinguir entre: objetos libres (que no dependen de

otros), y objetos fijos, que fueron construidos a partir de ciertas relaciones de dependencia con otros. Es el caso de, por ejemplo, "el punto medio de un segmento", "la mediatriz de un segmento", "el centro de una circunferencia". Acosta Gempeler (2007) plantea que estos ostensivos

se caracterizan porque en su manipulación intervienen acciones que no provienen de los sujetos, sino de la programación de la que son producto. Es decir que en dichos objetos computarizados se encuentra encapsulada una praxeología matemática, producto de la transposición informática de una organización matemática determinada. Como resultado de ese encapsulamiento, las técnicas de la praxeología informatizada se presentan como "cajas negras", en las que sólo son visibles las entradas y los resultados. (p. 86).

En cuanto a la construcción de los objetos, el GeoGebra ofrece varias herramientas que permiten construir objetos a partir de otros, por ejemplo, dados dos puntos nos permiten construir el punto medio entre ellos. Estas herramientas mantienen ocultan las técnicas de construcción al usuario. Es pertinente preguntarnos acerca del impacto que tiene esto sobre los procesos de estudio de la geometría, pues podrían tornarse transparentes ciertas técnicas de resolución de tareas. ¿Qué impacto puede tener esto en las concepciones de los estudiantes acerca del quehacer matemático? ¿Qué consecuencia tendrá esto sobre los procesos de validación y control por parte de los estudiantes?

A su vez, estos ostensivos computarizados pueden ser manipulados por el usuario a partir de diferentes herramientas de desplazamiento: al arrastrar un objeto libre, todos los objetos fijos que dependen de dicho objeto se desplazan manteniendo las propiedades bajo las cuales fueron construidos. Esto permite diferenciar los objetos en tres categorías en cuanto a la posibilidad de desplazamiento que admite cada uno de ellos: los objetos libres, que pueden ser desplazados por cualquier sector de la ventana gráfica; los objetos creados a partir de la herramienta "punto en objeto": pueden desplazarse únicamente sobre el objeto en el que fueron creados; y los objetos fijos: no pueden ser desplazados directamente, aunque se desplazan como consecuencia del desplazamiento de los objetos de los que dependen.

Asociada a la idea del desplazamiento, o arrastre, aparece la noción de "buena construcción". Hay una restricción que es propia del trabajo en el entorno del GeoGebra, que expresa que una construcción en GeoGebra estará bien realizada, en tanto sea resistente al arrastre, aplicado sobre cualquiera de sus puntos libres. Esto significa que la figura conserve sus propiedades esenciales al arrastrar cualquiera de sus puntos libres. Podemos notar que el desplazamiento es un trabajo que se basa fuertemente en la percepción y que no deja de ser un trabajo manipulativo sobre un número de (muchos) casos finitos. ¿Qué vínculos hay entre la noción de "buena construcción" y los procesos de validación y control de las construcciones? ¿Qué impacto tiene el desplazamiento en los procesos de control y en la validación de las producciones realizadas en el estudio de la geometría? ¿Es posible traccionar este trabajo perceptivo hacia pruebas formales?

Al realizar una construcción en GeoGebra, puede reconstruirse la misma por medio del Protocolo de Construcción, que es una tabla que contiene los diferentes pasos de la construcción realizada. En el protocolo de construcción no queda registrado el uso de las herramientas de desplazamiento, por lo que el protocolo puede ser de utilidad para reconstruir el paso a paso de una construcción, pero no para retener el uso de las herramientas de desplazamiento que ofrece el software.

La preparación de los datos

Para realizar este análisis, y debido a las características de los datos, fue necesario trabajar sobre los mismos de modo no perder información valiosa en relación con los fines perseguidos por nuestra indagación. Así fue como en primer momento se procedió a desgrabar los videos de las clases en las que se socializaron las producciones en torno a esta tarea. Aquí aparece un desafío a nivel metodológico, que es que al desgrabar la clase no nos interesa únicamente recuperar los discursos orales, dado que los mismos se refieren a ciertas tareas de construcción geométrica, las cuales se producen primero con el uso de la regla y el compás, sobre hoja lisa (o sobre la pizarra), y luego en el entorno del software GeoGebra, es decir, que configuran el discurso (oral u escrito), con ciertas tareas instrumentales, con el trazado de dibujos y símbolos, y con el uso de las diferentes herramientas del software. A su vez, debido a que la indagación se realiza

en torno a los procesos de validación, no podemos desatender a los gestos que realizan docentes y alumnos, que acompañan ya sea enfatizando, reafirmando o refutando las diferentes explicaciones y argumentaciones que se dan en la clase. Esto requirió elaborar un documento en el que se van intercalando las transcripciones de los diálogos con imágenes de los dibujos sobre los que se refieren y con descripciones de las acciones y/o gestos de actores, que fueron identificados en el registro en video.

Algunas dificultades para visualizar las construcciones en GeoGebra que fueron proyectadas en pantalla requirieron realizar reconstrucciones en GeoGebra de las algunas producciones socializadas, las cuales replican las construcciones que fueron socializadas en las clases analizadas.

Primeros análisis

A partir de las ideas previas que hemos ido recuperando intentaremos ahora develar las tramas de la validación en las dos clases objeto de este análisis: pareciera que es en los momentos de intercambio público de las clases donde podremos buscar indicios acerca del valor epistémico que se le atribuye o no a las proposiciones que circulan en los discursos de las estudiantes y del docente, y que forman parte de los diferentes razonamientos que se ponen en juego, algunos de los cuales, tras ser aceptados, se constituirán en pruebas. Sin embargo, hay componentes neurales de la validación, como la explicación y el control, que no necesariamente acceden al ámbito de lo público, por lo que desentramar los indicios de validación en las clases analizadas, nos llevará también a indagar en los momentos de trabajo privado que tuvieron lugar en las clases observadas.

Para organizar el análisis, vamos a separar el mismo en dos momentos: el primero de ellos, lo denominaremos "Entorno de lápiz y papel", y el segundo momento, "Entorno de GeoGebra".

Del primer momento: entorno de lápiz y papel

En los primeros minutos de trabajo el profesor realizó algunas indicaciones que remiten principalmente a cuestiones del quehacer geométrico esperado en esa clase. El profesor aclaró "vos tenés que asegurarte que es perpendicular, no a simple vista" [registro de la clase 9/2], puede verse ahí

una indicación que intenta deshabilitar el trabajo perceptual para validar las diferentes producciones.

En la clase circularon dos técnicas diferentes de construcción, que describiremos a continuación:

Sobre la primera técnica

La primera de estas técnicas comprende las siguientes subtareas: determinar sobre la recta m dos puntos que equidisten del punto P; construir la mediatriz de un segmento.

Es decir, dado una recta m y un punto P fuera de ella, primero se determinan dos puntos D y E sobre la recta m que equidisten de P (ver imagen 2), los cuales se obtienen intersectando la recta dada con una circunferencia con centro en P y radio mayor que la distancia entre la recta y el punto. La recta buscada se obtiene trazando la mediatriz del segmento formado por los puntos D y E.

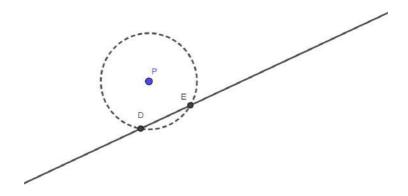


Imagen 2. Título: Determinación de dos puntos sobre la recta dada que equidistan del punto dado empleando una circunferencia con centro en el punto dado. Fuente: Elaboración propia.

En el discurso tecnológico que circuló en el aula hay evidencias de explicación y de control, esto lo vemos cuando la estudiante que propone la construcción afirma respecto a cómo debe trazarse la circunferencia auxiliar: "una circunferencia, que no aclaré, que sea de un tamaño que intersecte con la recta m. O sea que sea mayor que la distancia" [registro de la clase 9/2]

Esta técnica pudo ser validada por la comunidad aula desde conocimientos y propiedades geométricos. La validez de la construcción se apoya a partir del hecho de que el segmento determinado por los puntos D y E forma con el punto dado un triángulo isósceles (ver imagen 3), y en el triángulo isósceles, la mediatriz de la base coincide con la mediana y la altura. Las estudiantes validan la obtención del triángulo isósceles por la propia construcción, tal como vemos en el siguiente intercambio, en el cual justifican la congruencia de los lados del triángulo de vértices D, E y P:

Alumna: Porque ambos tienen la misma distancia, D tiene la misma distancia a P y E tiene la misma distancia a P. Por el radio

Profesor: ¿Por qué?

Alumna: Porque es una circunferencia, y los puntos equidistan. [registro clase 9/2]

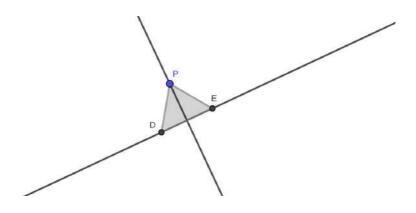


Imagen 3. Título: Triángulo isósceles al que refieren las estudiantes en su argumentación. Fuente: Elaboración propia.

Algunas reflexiones en relación con la validación de una tarea de construcción geométrica que incorpora el GeoGebra al medio didáctico

Sobre la segunda técnica

En esta clase circuló una segunda técnica, que llamaremos la "técnica de Carolina", que fue propuesta por la alumna Carolina³ cuestionando el discurso tecnológico sobre el que se sustentaba la validez de la técnica anterior. La propuesta de Carolina era que se podía trabajar a partir de determinar dos puntos cualesquiera sobre la recta dada, sin que tengan que equidistar con P. En el siguiente diálogo, podemos ver cómo Carolina propone su técnica:

Profesor: ¿Y por qué yo quiero un triángulo isósceles?

Carolina: Esa era mi pregunta. Se puede hacer, creo, también ¿o no?

Profesor: No sé, no sé.

Carolina: Yo pude hacer, no con la mediatriz siempre sino buscar solamente una perpendicular para ver si se podía. Entonces busqué una circunferencia que sea mayor que la mitad del segmento, por ejemplo, una circunferencia más grande y otra más chica que se intersectaran, que igual me quedaba perpendicular, pero no era necesariamente la mediatriz. Y ese sería el caso también, podría ser. ¿O no? ¿Podría ser? [registro clase 9/2]

La técnica de Carolina se basa en determinar dos puntos cualesquiera sobre la recta dada, y trazar dos circunferencias con centro en ellos y que pasen por el punto dado P. La recta que pasa por los puntos de intersección de estas circunferencias es la recta buscada (ver imagen 4).

³ Los nombres de los estudiantes han sido modificados para resguardar la identidad de estos.



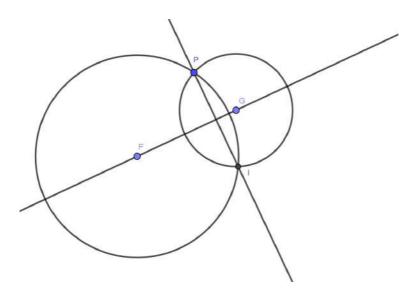


Imagen 4. Título: Construcción propuesta por la alumna Carolina. Fuente: Elaboración propia.

La técnica de Carolina pudo ser constatada de manera empírica en la clase, recurriendo al uso de la escuadra, pero no pudo ser validada formalmente por la comunidad áulica.

A partir de esta imposibilidad de avanzar en argumentaciones que den cuenta de la validez de la técnica, el profesor decide dejar abierto el problema de aceptar o no la validez de esta técnica, indicando que se retomará la misma en el entorno de GeoGebra. Puede notarse en el discurso del profesor el valor que le otorga a la inclusión del software en términos de ayudas al proceso de la validación:

Profesor: La semana que viene nosotros vamos a trabajar con GeoGebra. Si, y entonces por ahí cuando trabajemos con GeoGebra, por ahí nos permita pensarlo más, explicarlo, para poder hacer muchos dibujitos. Y ahí ver si es verdad o es mentira, si nos está mintiendo a todos. ¿Sí? [registro de la clase 9/2]

Notemos que la técnica de Carolina puede entenderse como una ampliación de la primera técnica, aunque esto no fue concebido así por la comunidad clase. Esta ampliación de la técnica podría haberse dado en forma natural si quizás hubieran circulado en la clase otros sentidos de la mediatriz. Por ejemplo, el haber pensado a la mediatriz como eje de simetría en lugar de como lugar geométrico, hubiera permitido despegarse de la búsqueda de triángulos isósceles para permitir advertir la simetría presente en la configuración de las figuras que conforman la segunda construcción.

Del segundo momento: entorno de GeoGebra

En esta clase se trabajó en el entorno de GeoGebra. En primer lugar, en grupo, las estudiantes resolvieron la tarea de construcción planteada. Luego de un tiempo, se trabajó en la búsqueda de una prueba que permita analizar la validez de la construcción propuesta por Carolina. Carolina socializó su construcción a la comunidad áulica, haciendo uso del proyector. En su relato, fue narrando el paso a paso realizado mencionando las herramientas de GeoGebra empleadas. Luego de esto, Carolina formuló algunos argumentos que intentaron explicar y validar su construcción, aunque no lograron convencer a la comunidad áulica. Para justificar su construcción, Carolina sostiene su argumento en la altura de un triángulo, tal como se aprecia en el siguiente diálogo:

Carolina: Estas son las dos rectas que tomé, que justamente con la recta y el segmento que tomé de la forman un triángulo, esta sería la base del triángulo, ¿se ve?

Otros Alumnos: Sí.

Carolina: Y esta recta sería perpendicular y lo argumento porque es la altura del triángulo que tomé y es perpendicular a la base. [Registro clase 15/2].

En ese momento hubo algunos problemas de visualización por problemas de baja nitidez del proyector del aula y de iluminación del ambiente: no eran visibles en la pantalla la totalidad de las imágenes de GeoGebra que sí eran visibles desde la pantalla de la computadora. Esto obligó a Carolina a modificar la apariencia de los objetos construidos, incluyendo el uso del color y el grosor de los trazos.

Una vez saldado este problema, el grupo clase desestima el argumento de Carolina ya que el mismo supone como válido la afirmación que intenta demostrar.

El profesor tensiona ese argumento a partir de la siguiente intervención "acuérdense que siempre uno puede trazar puntos que no estén o sea que no estén marcados pero que si sepamos o sea que no estén marcados pero que sí tengamos ciertas precisiones o ..." [registro clase 15/2]. A partir de esta intervención aparecen en escena algunos triángulos auxiliares (imagen 5) que permiten identificar luego un romboide en la figura. Finalmente, logran argumentar la perpendicularidad de ambas rectas (la dada y la construida) apoyándose en una propiedad de las diagonales del romboide.

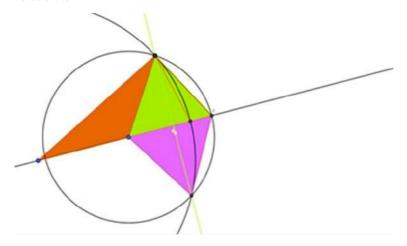


Imagen 5. Título: Algunos de los triángulos auxiliares que se emplearon en la argumentación. Fuente: Elaboración propia.

Algunas reflexiones en relación con la validación de una tarea de construcción geométrica que incorpora el GeoGebra al medio didáctico

Algunas observaciones e interpretaciones a partir de los intercambios públicos

- La posibilidad de modificar la apariencia de los objetos visibles en la pantalla hizo que en los intercambios públicos tanto los estudiantes como el docente recurran a atributos perceptuales para referirse a los objetos geométricos, abandonado el uso de la notación formal que venían usando previamente en el entorno de lápiz y papel. Compartimos el siguiente diálogo entre Carolina y otra alumna a modo de ejemplo:

Alumna: ¿Puede ser también cuando pasa la recta amarilla como que también es perpendicular a la parte violeta de este lado?

Carolina: ¿Esto con esto? [Carolina señala en pantalla]

Alumna: Eso amarillo no con el otro, ese [la alumna le da indicaciones a Carolina respecto de cuál segmento se está refiriendo]

Carolina: ¿Con este?

Alumna: Sí.

Profesor: ¿Es perpendicular ahí?

Alumna: Ahh no jinada que ver!! [Registro clase 15/2]

Esta posibilidad de modificar la "apariencia" del trazo de los objetos en pantalla, es decir, la posibilidad de modificar su color, su tipo de trazo (continuo, punteado, etc.), el grosor del trazo, la opacidad en el caso de regiones poligonales) puede ser tomado en forma ingenua como una posible ayuda a la visualización. Sin embargo, estos indicios podrían indicar que es una cuestión que habría que analizar en profundidad en términos de ayudas al estudio.

-Los problemas de visibilidad producidos por el proyector y la iluminación del aula provocaron que lo que ve en pantalla la persona que comparte su producción pueda no ser lo mismo que ve el resto de la comunidad. Es un condicionante a ser tenido en cuenta en este tipo de clases en la cual la modalidad exige el poder mirar la pantalla en la que se están



proyectando las diferentes producciones sobre las que versa las discusiones que suceden en esa clase.

- -En los momentos de intercambio público, tanto los estudiantes como el docente, plantearon un trabajo estático con las figuras. No fueron usadas herramientas de desplazamiento [como elige y mueve, punto en objeto, deslizadores, etc.]. Es decir, que el tipo de trabajo que se hizo presente en esta clase se corresponde con un trabajo que no difiere del trabajo que se podría haber realizado en el entorno de lápiz y papel. Asimismo, tampoco hay evidencias acerca de un trabajo sobre si las construcciones que se realizaron serían o no "buenas construcciones", en el sentido de que resistan o no el arrastre.
- Respecto a la validación que fue aceptada por la comunidad clase, podemos notar que en la misma se consideró únicamente un caso particular en el cual los puntos que se toman arbitrariamente sobre la recta dada se encuentran en diferente semiplano con respecto a la recta que se quiere construir. El empleo de herramientas de desplazamiento sobre estos puntos podría haber puesto en escena otros casos, obligando a ajustar los argumentos movilizados para el caso en que no pueda recurrirse a propiedades del romboide, tal como puede apreciarse en la imagen 6. Incluso podría haber aparecido en escena el caso en el que los puntos equidisten del punto dado, lo que llevaría a vincular esta técnica con la primera que circuló en la sesión anterior de clase, viendo a la primera técnica como un caso particular de la técnica de Carolina.

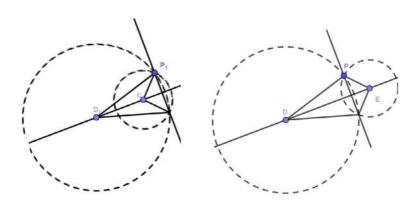


Imagen 6. Título: Diferentes posiciones en la elección de los puntos arbitrarios sobre la recta dada. Fuente: Elaboración propia.

Ampliando la mirada

El tratamiento estático de los objetos geométricos construidos con el software GeoGebra que tuvo lugar en este episodio de clase nos sorprendió, y nos llevó a preguntarnos qué había sucedido con el uso del arrastre en el trabajo al interior de los grupos. Para esto, recurrimos a recuperar los datos referidos a las instancias de trabajo privado de esta sesión de clase. Contábamos con los archivos de las producciones de GeoGebra, y con videos de grabaciones de las pantallas y audio del trabajo al interior de cada grupo. Debido a que en los protocolos de construcción de GeoGebra no queda rastro del trabajo con herramientas de desplazamiento, nos decidimos por comenzar a analizar los videos grupales.

Al analizar los videos con los registros de las grabaciones de las pantallas, observamos que el arrastre fue usado de diferentes maneras al interior de los grupos: algunos grupos lo usaron y otros no. A continuación, compartimos algunos hallazgos obtenidos al analizar las técnicas que las estudiantes emplearon para realizar la tarea de construcción en el entorno del GeoGebra.

-En principio podemos notar que ciertas características del funcionamiento del software hacen que las técnicas aceptadas como válidas por la comunidad clase en el entorno del lápiz y papel, puedan no serlo en el entorno de GeoGebra, debido a que el control al que deben ser sometidas las construcciones para que las mismas resistan el arrastre, difiere del control necesario para trabajar en el entorno del lápiz y papel. Compartimos algunos ejemplos para ilustrar estas ideas.

Para el caso de la primera técnica de construcción que hemos analizado, la subtarea "determinar dos puntos sobre la recta dada que equidisten del punto dado P" es realizada por las estudiantes a partir de "trazar una circunferencia cuyo radio es mayor que la distancia a la recta". La expresión "cuyo radio es mayor que la distancia a la recta" funciona como una anticipación que permite asegurar la existencia de los dos puntos buscados, ya que garantiza que la recta sea secante a la circunferencia. Observemos que es un control que en la práctica se ejecuta a partir de un control perceptivo, tomando una apertura del compás que perceptualmente se advierte mayor que la distancia del punto a la recta. ¿Qué sucede cuando las estudiantes replicaron este protocolo en el entorno del software? Observamos que la ejecución de esa sentencia en el software se realizó mediante el uso de diferentes herramientas en diferentes grupos, dando lugar a construcciones que no necesariamente resisten el arrastre:

-En el caso de estudiantes que emplearon la herramienta "Circunferencia (centro, punto)", tomando un punto C sobre el semiplano opuesto al que contiene al punto dado, basándose únicamente en el control perceptual, la construcción obtenida no resiste el arrastre, dado que el radio de la circunferencia satisface la desigualdad requerida solo para algunos casos particulares. Notemos que el punto C es exhibido por el software en color azul, lo que significa que tiene estatus de ser un punto libre, es decir, que puede moverse libremente por todo el plano, tal como se aprecia en la imagen 7. Sin embargo, este hecho pasa desapercibido por los estudiantes. En la imagen 8 puede verse una reconstrucción de la construcción realizada, y se ve asimismo otra posición del punto C en la cual la construcción desaparece.

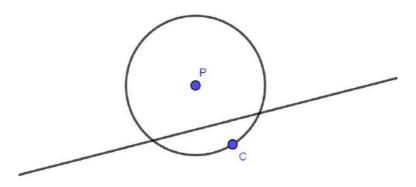


Imagen 7. Título: Construcción de la circunferencia en la que el punto C es un punto libre. Fuente: Elaboración propia.



Imagen 8. Título: Diferentes estados de la construcción realizada a partir de diferentes posiciones del punto C. Fuente: Elaboración propia.

- -Otro grupo ejecutó esta tarea tomando el punto C sobre la recta. De esta forma, la construcción obtenida resiste el arrastre, puesto que el punto C solo puede moverse sobre la recta dada.
- -En algunos casos, la no resistencia al arrastre no es percibida por los estudiantes ya que al mover el punto solo lo hacen una región del plano para el cual la desigualdad sigue siendo válida. Esto es un indicio de la

complejidad que tiene el dominio del empleo del arrastre en el entorno del software.

-En algunos casos, algunos estudiantes incorporaron parcialmente la información que el arrastre les brinda a sus discursos tecnológicos al interior del grupo, aunque estos argumentos no se hicieron públicos luego, ni tampoco fueron traídos a escena por parte del docente. Nos preguntamos si esta ausencia del trabajo con el desplazamiento en los momentos de intercambio público tiene que ver con la legitimidad que este tipo de técnicas tiene dentro de las concepciones respecto del quehacer matemático en esta comunidad.

A modo de cierre

En este escrito hemos realizado un recorrido por los primeros avances de un trabajo de tesis de maestría, cuyo problema de estudio presentamos brevemente en el primer apartado del capítulo. A continuación, recapitulamos algunas de las decisiones metodológicas que permitieron avanzar en la construcción del objeto de estudio, para lo cual describimos el proceso de recolección de los datos, sintetizamos algunos de los constructos teóricos que forman parte de los referentes teóricos de nuestra indagación, y por último presentamos algunos hallazgos en relación con el análisis de una tarea de construcción geométrica. Esto nos permitió establecer algunas comparaciones entre el trabajo en el entorno de lápiz y papel y en el entorno del software GeoGebra. Esta aproximación a los datos permitió reconocer algunas primeras recurrencias y regularidades en las sesiones de clase analizadas, pudiendo identificar algunos indicios de argumentación, de control y de diferentes tipos de pruebas que circularon en esas clases. A su vez pudimos identificar algunas tensiones y problemáticas asociadas a las características del medio didáctico al incorporar el trabajo con el desplazamiento y que han dado lugar a varias preguntas que al momento siguen abiertas en nuestra indagación, y que nos convocan a seguir indagando en este momento en los diferentes usos del arrastre en relación con los procesos de control y de evolución de las diferentes pruebas que permiten validar o invalidar el trabajo en el estudio de la geometría.

Como trabajo a futuro nos proponemos realizar el análisis de otros tipos de tareas que tuvieron lugar en las clases observadas, de modo de

poder analizar el impacto que otros usos diferentes del GeoGebra tiene en la validación y el control.

Referencias

- Achilli, Elena (2005). Investigar en antropología social. Los desafíos de transmitir un oficio. Rosario: Laborde Libros Editor.
- Acosta Gempeler, Martín Eduardo (2007). La teoría antropológica de lo didáctico y las nuevas tecnologías. En Ruiz Higueras, Luisa, Estepa Castro, Antonio y García García, Francisco Javier (Coord.) Sociedad, escuela y matemáticas aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (pp. 85-100). Jaén: Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones.
- Artigue, Michèle (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6 (8), 13-33.
- Balacheff, Nicolas (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En Gorgorió Solá María Núria y Deulofeu Piquet Jordi (coords.) *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 93-108). Barcelona: Graó.
- Balacheff, Nicolas (2019). Contrôle, preuve et démonstration. Trois régimes de la validation. En Pilet Julia y Vendeira Céline (eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp.423-456). Paris : ARDM et IREM de Paris-Université de Paris Diderot.
- Chevallard, Yves (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19* (2), 221-266. Grenoble : Éditions La pensée sauvage.



- Chevallard, Yves (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2 (2), 161-182.
- De Villiers, Michael (2-4 Octubre de 1996). The future of Secondary School Geometry, conferencia. SOSI Geometry Imperfect Conference. Pretoria (Sudáfrica): UNISA.
- Fregona, Dilma y Báguena, Pilar (2011). La noción de medio en la teoría de situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Gentile, Enzo (1987). Construcciones con regla y compás. Revista de Educación Matemática, 3(2), 3-14. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba.
- Jones, Keith y Fujita, Taro (2001). Developing a new pedagogy for geometry. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 21 (3), 90-95.
- Royal Society y Joint Mathematical Council (2001). Teaching and Learning Geometry. London, Royal Society/Joint Mathematical Council.
- Sánchez Sánchez, Ernesto (2003). La demostración en geometría y los procesos de reconfiguración: una experiencia en un ambiente de geometría dinámica. *Educación Matemática*, 15(2), pp. 27-53.



Una investigación de Situaciones de Comunicación en el Nivel Superior:

interacciones que grupos emisores y receptores establecen cuando se incorpora el GeoGebra al medio didáctico

Rafael Adrián Cornejo Endara*

Introducción

Este capítulo tiene como objeto presentar algunos tópicos del trabajo que estoy realizando en el marco de la tesis de la maestría en procesos educativos mediados por tecnología, perteneciente a la Facultad de Ciencias Sociales de la Universidad Nacional de Córdoba, titulado "Un análisis de Situaciones de Comunicación que incorporan el software GeoGebra al medio didáctico. Un estudio de casos en la formación de profesores de nivel inicial y profesores de nivel primario", dirigida por el Dr. José Nicolás Gerez Cuevas y codirigida por el Mg. Aníbal Darío Giménez.

Dicho trabajo pretende indagar sobre los efectos de la incorporación del GeoGebra en el medio didáctico. Para esto, se planteó el siguiente objetivo general: "Analizar situaciones de comunicación mediadas por el software GeoGebra en el estudio de propiedades de figuras geométricas en el marco del "área de Matemática" en la formación inicial de profesores de Nivel Inicial y Primario". La metodología que utilizamos para este estudio es cualitativa, y se diseñó una propuesta de trabajo que consta de generar mensajes para la reproducción de dos rosetones (adaptado de Venant, F. y Venant, P., 2014) presentados en el entorno del software GeoGebra que se desarrolló con estudiantes de la asignatura matemática del profesorado de nivel primario y del profesorado de nivel inicial del Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur, en la ciudad de Bahía Blanca.

^{*} Maestría en Procesos Educativos Mediados por Tecnología, CEA, FCS, UNC - Departamento de Matemática / Departamento de Ciencias de la Educación, UNS / rcornejo@uns. edu.ar

Así, a lo largo de este capítulo el lector se encontrará con una breve descripción del proyecto de tesis en desarrollo: una breve fundamentación de la propuesta de investigación, cómo fue implementada la misma -lo cual permitió poner en situación a los estudiantes-, una argumentación de porqué se seleccionó la actividad, una descripción de la sistematización de los datos recolectados en campo y, finalmente, unos primeros análisis de los datos.

¿Por qué un estudio de estas características?

Esta investigación invita a realizarnos preguntas cuyas respuestas intentan ofrecer algunos aportes a la enseñanza de la geometría mediada por la utilización de medios didácticos alternativos a las prácticas de enseñanza habituales. En tal sentido, nos preguntamos ¿qué procesos de enseñanza se producen a través de la utilización de software de geometría dinámica? ¿por qué es importante abordar esta cuestión en la formación inicial de profesorado de nivel primario y el profesorado de nivel inicial?

Respecto a estas cuestiones diversos autores como Acosta (2007), Villarreal (2012) y Serres (2013) advierten que las tecnologías al ser utilizadas en la educación modifican el objeto de estudio. En palabras de Balacheff (2000):

La introducción del software educativo, del tipo que sea, hace que la situación de enseñanza y aprendizaje sea mucho más compleja desde un punto de vista didáctico porque un sistema informático es, ante todo, la materialización de una tecnología simbólica (p. 106)

Por su parte el Diseño Curricular para la Educación Primaria, de la Provincia de Buenos Aires, insta a los docentes de este nivel a generar propuestas que permitan incorporar estas tecnologías en el estudio de la geometría. Específicamente, entre las situaciones de enseñanza para esta área, plantea: "Proponer la utilización de un software de geometría dinámica para explorar los problemas planteados." (p. 157)

Sin embargo, es compleja la integración de propuestas del diseño curricular para el nivel primario en relación con el uso de tecnologías digitales en el estudio de la geometría en la práctica docente. En parte, eso sucede porque, como dice Balacheff (2000): "El profesorado difícilmente

será capaz de introducir estas tecnologías en su práctica diaria sino está bien informado sobre todos los aspectos que pueden determinar su lugar y su papel preciso en un proceso didáctico" (p. 106).

Abordaremos en este estudio problematizando la formación inicial de los docentes. El trabajo se desarrolla a partir del estudio de caso de estudiantes del primer año de las carreras de Profesorado de Nivel Primario y la de Profesorado de Nivel Inicial, pertenecientes al Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur de la ciudad de Bahía Blanca. Particularmente estos profesorados cuentan en su plan de estudio con la asignatura Matemática, en la cual una de sus unidades didácticas se centra en el estudio de la geometría.

El propósito principal de la presente investigación es comprender en forma sistémica qué sucede en las aulas de matemática de nivel superior cuando se incorporan propuestas didácticas que incluyen el software Geo-Gebra. Estudiar estas cuestiones nos permitirá como docentes en el futuro generar estrategias de enseñanza que permitan una mejor apropiación de los contenidos por parte de las estudiantes de los profesorados mencionados.

¿Por qué este estudio? Hay dos cuestiones que nos llevaron a elegir este tema. Por un lado, las dificultades de las estudiantes en situaciones que involucran conocimientos geométricos y cómo desde la labor docente se puede mejorar esta situación. Por otro lado, hemos visto en los últimos años cómo las TIC han emergido en el estudio de la matemática en general y en la geometría en particular; pero poco sabemos de los efectos de la incorporación de las mismas en los procesos de estudio de esta área de conocimiento en la formación inicial de los Profesores de Nivel Primario e Inicial.

Este trabajo pretende indagar sobre las características de los procesos de enseñanza y de aprendizaje del copiado de figuras planas cuando se incorporan al medio didáctico herramientas digitales. Esta investigación trabajo constituye un análisis sistémico de los quehaceres matemáticos que se desarrollan en un aula de matemática de nivel superior, en particular, aulas del profesorado de nivel primario y del profesorado de nivel inicial al utilizar el GeoGebra como una herramienta mediadora en las propuestas educativas que implican el copiado de figuras planas. La escasa bibliografía encontrada para la formación en estos niveles educativos

convierte a esta investigación en novedosa respecto a las producciones en el área de la didáctica de la matemática.

Nos hemos planteado para este trabajo las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son las características particulares de los mensajes en situaciones de comunicación, cuando se incorpora el software GeoGebra al medio didáctico?
- ¿Qué tipos de interacciones realizan los grupos emisores con las figuras cuando se incorpora al medio didáctico una herramienta tecnológica?
- ¿Qué tipos de interacciones realizan los grupos receptores con las figuras cuando se representan utilizando el software GeoGebra?
- ¿Qué tipo de control y validación sobre los mensajes en situaciones de comunicación viven en las clases de geometría cuando se incorpora al medio el software GeoGebra?
- ¿Qué decisiones toma el docente en sus posiciones como creador del medio y como profesor enseñando?

Aunque esta es una investigación que realiza estudios de casos particulares, se espera como resultado una visión de los procesos que son llevados adelante en la clase cuando las propuestas integran mediaciones tecnológicas. Además, se pretende reconocer cómo estas últimas afectan los procesos en el aula y modifican los quehaceres propios de la matemática. Ello brindará sustentos a la generación de posibles secuencias tendientes a fortalecer y mejorar la matemática educativa y la integración de las TIC a los procesos de estudio de esta disciplina.

Con estos interrogantes se planteó el siguiente objetivo general de investigación:

 Analizar situaciones de comunicación mediadas por el software Geo-Gebra en el estudio de propiedades de figuras geométricas en el mar-



co del "área de Matemática" en la formación inicial de profesores de Nivel Inicial y Primario

Para alcanzar la concreción de este objetivo, se propusieron los siguientes objetivos particulares:

- Identificar características de situaciones de enseñanza con el Software GeoGebra al constituirse como parte del medio didáctico, en situaciones de comunicación.
- Describir las interacciones que los grupos emisores establecen con las figuras cuando se incorpora al medio didáctico el software Geo-Gebra.
- Describir las interacciones que los grupos receptores establecen con las figuras cuando se incorpora al medio didáctico el software Geo-Gebra.
- Describir el medio con el que interactúa el profesor en las actividades vinculadas a planificación y gestión de clases en las que se incorpora software de geometría dinámica.
- Reflexionar sobre qué aportes puede producir la mediación del software GeoGebra en el estudio de la geometría y de su enseñanza en la formación docente inicial.

El propósito de este estudio es indagar sobre los quehaceres matemáticos en general y geométricos en particular, que estudiantes del profesorado de nivel inicial y del profesorado de nivel primario ponen en juego a la hora de resolver tareas de copiado de figuras. Particularmente, nos centraremos en analizar las tareas orientadas a generar mensajes para que un otro realice una copia de un dibujo mediadas por el software GeoGebra.

Teniendo en cuenta el objetivo general de esta investigación, consideramos que de los cuatro tipos de alcances propuestos por Hernández Sampieri et al. (2006), el trabajo se encuadra en el descriptivo ya que "se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de per-

sonas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis" (p. 101).

A su vez adherimos a la visión antropológica de la didáctica de la matemática que plantean autores tales como Chevallard et al. (1997), quienes consideran que los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática deben ser estudiados a partir de analizar las comunidades donde se producen. Esta concepción nos lleva a considerar para nuestra investigación el Diseño Etnográfico "de corte transversal", ya que como sostienen Hernández Sampieri et al. (2006), este tipo de investigaciones implican estudiar un grupo determinado: en este caso, la comunidad de estudio de una clase específica del profesorado de nivel inicial y primario de la Universidad Nacional del Sur, en un momento particular de dicho grupo de estudiantes, dejando de lado procesos interaccionales o procesos a través del tiempo.

Tanto en las preguntas formuladas como en los objetivos general y particulares hemos utilizado el concepto de medio. Es por esto que, en la próxima sección, intentaremos brindar una aproximación teórica que permita traer luz al sentido que tiene este constructo en nuestra investigación.

¿Qué entendemos por medio y cómo fue estructurado?

La noción de medio que adoptamos es la desarrollada por la Teoría de Situaciones Didácticas propuesta por Guy Brousseau a comienzos de la década de 1970. Desde esta teoría entendemos por situación a un modelo de interacción de un individuo con un medio externo a él. Al respecto, Brousseau (2007) sostiene que: "La situación, es entonces, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta" (p.17). Es así que la situación se constituye para el docente como un instrumento sobre la que actúa para lograr un aprendizaje en los alumnos.

Esta idea de situación nos obliga a caracterizar la noción de medio, ya que este se constituye junto al de situación en uno de los conceptos centrales de la teoría. Siguiendo a Fregona y Orús Báguena (2013), podemos caracterizar el medio como aquello que:

- Existe en toda situación de enseñanza, aunque sus funciones pueden variar, constituyéndose en verdaderas herramientas que permiten el aprendizaje de los alumnos; o sólo como un anexo que no impacta realmente en el aprendizaje. Los medios pueden ser materiales, tecnológicos u otros actores, ya sean docentes o alumnos.
- Es exterior al individuo, por lo que se puede distinguir entre un medio para el alumno y un medio para el profesor: como las interacciones con el medio son diferentes para cada individuo, es factible hablar de medios.
- Dependiendo de la situación, puede que el alumno interactúe directamente con el medio mientras que en otras las interacciones pasan por el profesor, sus indicaciones y expectativas.

A partir de estos dos conceptos básicos, la Teoría de Situaciones Didácticas ha logrado caracterizar distintos tipos de situaciones como son las de acción, comunicación y validación. Cada una de ellas se distingue por la relación que establece el sujeto con el medio, con objetivos diferentes. Así pues, las situaciones de comunicación sobre las que versó los estudios realizados por Brousseau tenían como objetivo principal que el alumno adquiera un lenguaje matemático en los primeros años de escolaridad. En nuestro caso, la finalidad es analizar cómo se ven afectados los mensajes cuando se incorpora el software GeoGebra al medio.

Estas situaciones de comunicación de figuras tienen "por finalidad exigir a un sujeto formular un mensaje a otro sujeto para cooperar en el control de un medio que no es exactamente el mismo para ambos" (Fregona, D. y Orús Báguena, P, 2013, p.41). En este tipo de situaciones se reconocen:

- El medio, constituido por colecciones de figuras, objetos de la vida cotidiana, y/o enunciados.
- Un grupo de alumnos que cumplen el rol de emisores, quienes producen los mensajes y tendrán a su disposición los medios materiales para realizar

las indicaciones de cómo realizar la figura, pudiendo actuar sobre dichos medios.

- El mensaje cuya característica principal es ser escrito y no poder contener representaciones gráficas ni esquemas.
- Un grupo de alumnos que cumple el rol de receptores, que no interactúan con la representación gráfica sino únicamente con los mensajes realizados por sus compañeros, en posición de emisores, teniendo dicho grupo la posibilidad de repreguntar.

A partir de estas ideas intentaremos explicitar en la media de lo posible cómo fue desarrollada la experiencia de investigación en esta ocasión. En el caso particular de este trabajo, se pensó en una situación de comunicación para indagar qué efectos tiene la incorporación del software GeoGebra al medio didáctico en los discursos que producen los alumnos al comunicar figuras planas. Podemos sintetizar la situación particular con el siguiente esquema (Imagen 1):



Imagen 1. Título: Esquema de situación de comunicación.Fuente: (Cornejo Endara, 2022)

Aquí podemos observar una síntesis de cómo fue llevada adelante la situación de comunicación. Enfatizando el lugar que ocupó el software GeoGebra en esta implementación, se distinguen: los grupos Emisores -a los cuales se les presentó el enunciado de la actividad e interactúa con el software GeoGebra-, el mensaje escrito solicitado y los grupos Receptores, que en la interacción con el mensaje y el software tenían la misión de realizar una representación 2D del mensaje recibido.

El grupo en cuestión donde se implementó esta situación tiene la particularidad de formar parte de un curso intensivo de verano. Esto implica que son estudiantes que están cursando por segunda vez la unidad curricular Matemática, correspondiente al profesorado de nivel Primario y al profesorado de nivel Inicial. El alumnado no supera los cincuenta estudiantes. El cursado se desarrolló durante los meses de enero y febrero del año 2023. La catedra está a cargo de dos docentes: un profesor y un ayudante A (ayudante recibido). La modalidad intensiva implica que se cursa todos los días en una extensión de seis semanas, con una carga horaria de dieciséis horas semanales, distribuidas en dos clases de cuatro horas, dos clases de tres horas y una clase de dos horas.

El espacio físico donde se llevó adelante la actividad corresponde a un aula perteneciente al Departamento de Ciencias de la Educación, que tiene una capacidad para ciento cincuenta estudiantes, cuya distribución permite la división en dos sectores, como se puede observar en la siguiente imagen (Imagen 2), extraída del diario de campo.

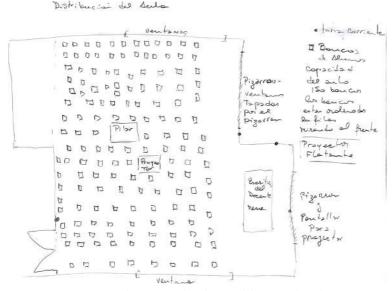


Imagen 2. Título: Croquis distribución del espacio de trabajo.Fuente: Diario de campo.

Esta distribución del espacio benefició la dinámica requerida para las situaciones de comunicación, ya que esta división limitaba naturalmente el intercambio directo entre los grupos emisores y receptores. Así podemos observarlo en el siguiente croquis (Imagen 3) correspondiente a la distribución espacial de las estudiantes durante la primera sesión de trabajo, donde podemos ver que los subgrupos se ubicaron en los dos sectores del aula respecto del pilar.

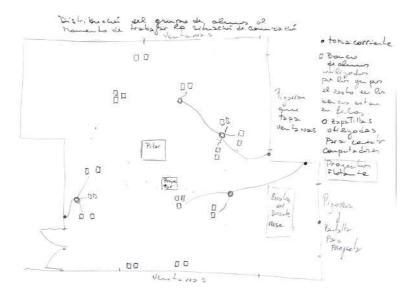


Imagen 3. Título: Croquis distribución del espacio de trabajo en situación de comunicación. Fuente: Diario de campo.

La institución cuenta con un total de dieciocho notebooks que se pusieron a disposición de las estudiantes, que podían reagruparse ya que los bancos utilizados son individuales, reorganizando así el espacio áulico. El único inconveniente que se presentó al momento de utilizar las computadoras fue la escasez de tomacorrientes, que permitía que los subgrupos emisores estén alejados unos de otros. En algunos casos las computadoras tenían que estar conectadas a prolongadores-zapatillas para su funcionamiento (como se puede ver en la imagen 3).

Para la actividad de comunicación se dispuso de dos días de clase en el que se propusieron sesiones de tres horas de trabajo. Estas sesiones se organizaban en torno al trabajo con dos rosetones, en adelante R1 y R2. El alumnado se distribuyó en siete grupos conformados entre 4 y 5 estudiantes, en adelante G1, G2, G3, G4, G5, G6 y G7. A su vez, los grupos fueron divididos en dos subgrupos: emisores, en adelante E, y receptores, en adelante R. Así, podemos reconocer subgrupos dependiendo de la posición y el rosetón asignado, por ejemplo, G1ER1.

Los grupos se establecieron como emisores y receptores en forma paralela y simultánea, ubicándose en el aula a cada lado del pilar de la misma, tal como muestra la imagen anterior. A la derecha del pilar se conformaron los subgrupos emisores del rosetón 1, y a la izquierda se ubicaron los que serían emisores del rosetón 2.

Se dio acceso a los archivos de GeoGebra con el Rosetón de 8 pétalos (Rosetón 1, Imagen 4) y al Rosetón de 4 pétalos (Rosetón 2, Imagen 5) a los distintos subgrupos, por medio del aula virtual, alojada en un Moodle institucional. En ambos casos el enunciado fue: En la Vista Gráfica 2 realizar un dibujo similar al que se observa y generar un mensaje escrito para que sus compañeros de equipo puedan realizar dicho dibujo.

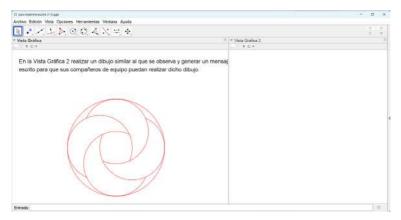


Imagen 4. Título: Rosetón de cuatro pétalos. Fuente: Elaboración propia.

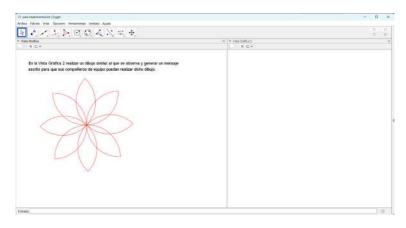


Imagen 5. Título: Rosetón de ocho pétalos. Fuente: Elaboración propia.

El enunciado de la actividad (medio con el que interactúan las alumnas en posición de emisoras) busca, en un primer momento, que las mismas interactúen con la figura asignada para explorar posibles construcciones, para luego, en un segundo momento, generar un mensaje que permita la reproducción del dibujo por el grupo receptor. La utilización de la frase "un dibujo similar" fue utilizada dado que al construir la figura en la Vista Gráfica 2 no queda necesariamente congruente. Esto es así porque no se tiene control respecto de la escala con la que se está trabajando en dicha Vista. Si el proceso es correcto da como resultado una figura semejante a la original, lo que imposibilita la validación por superposición, técnica que se utiliza habitualmente cuando la actividad se realiza en papel.

Cabe aclarar que el dibujo que se ve de los rosetones es una imagen importada al entorno de GeoGebra, por lo que las alumnas no tienen acceso al protocolo de construcción de esta ni permite utilizar herramientas tales como intersección, punto en objeto o comandos tales como centro de la circunferencia. A su vez, se editó la barra de herramientas del software para no permitir la utilización de ciertas herramientas entre las que se encontraban las referida a medidas. Esta última restricción fue impuesta por el docente ya que limita las interacciones que los estudiantes pudieran realizar con dicho dibujo, obligando a las estudiantes a analizar los dibujos recibidos para así proponer formas posibles de copiado que luego se transformarán en los mensajes que enviarán a su contraparte receptora.

También se les indicó en forma oral a las alumnas que debían registrar toda la actividad por medio del programa *OBS studio*. Este software permite grabar la actividad realizada en la pantalla mientras registra el audio capturado por el micrófono de la computadora. Debido al tamaño de los archivos se les pidió a las alumnas que subieran esos videos a una carpeta de Google Drive al finalizar cada sesión de trabajo. Estos archivos debían estar bajo el nombre de las integrantes del grupo. En el caso de los archivos producidos en el entorno de GeoGebra, se dispuso en el Moodle institucional un espacio de entrega por estudiante donde debían subir dicha producción al finalizar cada sesión de trabajo. Así, en algunos casos se obtuvo más de un archivo donde se aprecian distintos trabajos de exploración.

En cuanto a los mensajes escritos por los emisores, estos fueron realizados en papel y recolectados por los docentes al finalizar la primera sesión de trabajo. Luego, fueron reentregados a los grupos en la segunda sesión para que puedan seguir trabajando en ellos. En algunos casos, las estudiantes realizaron más de un texto con indicaciones para la reproducción del dibujo, siendo éstas quienes decidieron cuál de las versiones sería entregada a su parte receptora. Los textos desestimados por las alumnas fueron recolectados por los docentes y guardados como parte del material de campo.

Durante las sesiones los docentes recorrieron el aula interviniendo sólo en los casos de consulta respecto a la utilización de algunas herramientas del software y cumpliendo funciones de "cartero": una vez que los grupos en posición de emisores tenían el mensaje, los docentes alcanzaban dichos mensajes al grupo receptor, evitando así que las alumnas pudieran interactuar en forma oral y pasar más información que la escrita en las indicaciones. Sin embargo, se les permitió a los grupos en posición de receptores realizar preguntas por escrito sobre las indicaciones recibidas y solicitar a los docentes que alcancen dichas preguntas al grupo en posición de emisor de esa figura. Este proceso de repregunta podía hacerse las veces que consideraran necesario. También, se les aclaro en forma oral a los grupos que en los mensajes no podía haber representaciones gráficas o esquemas, teniendo que limitarse a generar un texto.

Una vez finalizada la actividad en los grupos luego de cuatro horas y medias, se llevó a cabo una socialización de las construcciones realizadas por los grupos. Para la concreción de esta instancia se invitó a los grupos

a que lean el mensaje realizado, mientras una compañera del grupo seguía dichas instrucciones en una computadora conectada a un proyector para permitir que el resto del grupo clase pudiese seguir dicho protocolo. También en esta etapa se dio lugar a discusiones tendientes tanto a la utilización del vocabulario que figuraba en los protocolos, así como a la validación de las producciones por parte del grupo clase.

¿Por qué Rosetones?

Comenzaremos esta sección con unas ideas de Duval, R. (2016) que como investigador han sido fuente de inspiración:

- "Ver una figura en geometría exige disociar lo que corresponde a la magnitud [...] de lo que corresponde a las formas distinguidas, que son independientes de la escala de magnitud". (pág. 13)
- "Pasar de la visualización icónica, que es común a todos los campos de conocimiento, a la visualización no icónica, que es especifica de la matemática, exige un cambio completo del funcionamiento cognitivo del acto de "ver"". (pág. 26)
- "La manera matemática de ver las figuras consiste en descomponer cualquier forma distinguida, es decir, reconocida como una forma nD/2D, en unidades figurales de un número de dimensiones inferior al de esta forma." (pág. 28)

A partir de estas ideas y teniendo en cuenta lo expuesto por Venant, F. y Venant, P. (2014) quienes sostienen que:

- -"desde el punto de vista de la devolución, la experiencia muestra que los alumnos se sienten atraídos por su aspecto tanto lúdico como estético"
- -"es muy relevante desde el punto de vista de la deconstrucción dimensional porque tiene un contorno cerrado. Se presta naturalmente a una visión icónica en 2D" (p.8, traducción propia)

A su vez como docentes, hemos observado que para las estudiantes no es natural ni intuitivo el trabajo con circunferencias, más allá de conocer su definición formal: "Dado un punto o y un segmento R de, el conjunto de puntos p de tales que es congruente con R." (Tirao, J., 1979, p. 35,). Quizás esto ocurre ya que en sus concepciones persisten nociones de la misma que no son necesariamente las correspondientes al área de la matemática. Es decir, es común que los estudiantes ante la pregunta que es una circunferencia recurran a nociones tales como:

- Figura que no tiene vértices.
- Figura con lados redondeados.
- Figura redonda, o disco

También hemos observado repetidas veces que no es clara la diferencia entre círculo y circunferencia: para los estudiantes estas dos nociones son una misma cosa. Así mismo aun después de un trabajo con las circunferencias se suele dar el caso que al trabajar con estas figuras los estudiantes tiene alguna resistencia o dificultad en reconocer cuáles son las informaciones necesarias para comunicar estas figuras: a la hora de comunicar la construcción de las circunferencias es habitual que no comuniquen, ya sea el centro o el radio de la misma.

Es entre otras razones además de las antes expuestas por lo que se optó en esta situación de comunicación por la actividad con los rosetones. Comunicar instrucciones para su construcción exige en un primer momento por parte de los emisores la deconstrucción de las imágenes 2D/2D en imágenes 1D/2D, esto es, dejar de ver las figuras como una superficie a verla como un entramado de líneas, para finalmente deconstruir las líneas hasta una configuración de puntos (0D/2D). A su vez, la forma de acceder a estas deconstrucciones no es necesariamente única, es decir, hay más de una posibilidad de descomponer la figura para luego generar un mensaje que permita a un otro la reconstrucción de la figura en cuestión.

Para ejemplificar una de estas posibilidades utilizaremos el rosetón 2 (Imagen 6). Este es el dibujo que se les presentó a las estudiantes en el entorno de GeoGebra. Como ya se mencionó, el mismo fue incrustado como imagen para evitar que las estudiantes puedan acceder al protocolo

de construcción que brinda el software. A su vez esto limitó las acciones que permite realizar el software con el dibujo ya que, por ejemplo, no se pueden usar comandos tales como intersección o punto en objeto.

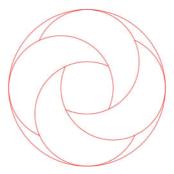


Imagen 6. Título: Rosetón de cuatro pétalos. Fuente: Elaboración propia.

Una primera aproximación que permita generar un mensaje para a la reconstrucción de este rosetón puede ser mediante la determinación de los puntos de tangencia entre las diferentes circunferencias con la circunferencia exterior. En la Imagen 7 son los representados con las letras T, V, Z, B₁ que, como se logra observar, se pueden interpretar como los vértices de un cuadrado. A su vez, podemos observar que las rectas y son diagonales de este cuadrilátero. La intersección de estas rectas determina el centro de la circunferencia exterior. Para poder trazar cada circunferencia, cuyos arcos constituyen los cuatro pétalos del rosetón, es necesario determinar cuál es el centro de estas y cómo ubicarlos. En el caso de este rosetón los mismos conforman los vértices de otro cuadrado el D₁ E₁ F₁ H₁.

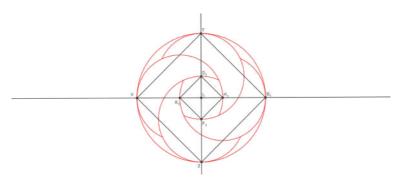


Imagen 7. Título: Rosetón de cuatro pétalos con trazos auxiliares.Fuente: Elaboración propia.

Una vez determinado este grupo de puntos, para la reconstrucción de la figura faltan determinar los puntos necesarios para indicar qué arcos de circunferencia son necesarios marcar. Este proceso nos da un conjunto de puntos, cuya representación 0D/2D la podemos observar en el siguiente gráfico (Imagen 8):

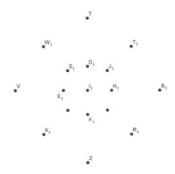


Imagen 8. Título: Representación 0D/2D del Rosetón de cuatro pétalos.
Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, se puede lograr la reconstrucción de la figura indicando la ubicación de estos diecisiete puntos, y para mantener la proporción de la figura basta con reconocer que los segmentos y son congruentes. Este último análisis del dibujo nos permite reconstruir el dibujo presentado. Esta

tarea de generar un mensaje para su construcción nos obliga a trabajar con la figura, determinando ciertas propiedades cuyo análisis excede el simple copiado del dibujo, instando a las estudiantes a un trabajo demandante en términos de visualización. Se avanza así desde una mirada ingenua del dibujo al análisis de sus propiedades.

Así podemos ver que en términos de la deconstrucción dimensional la tarea de "copiado" de este rosetón se puede calificar de buena.

A continuación, y a modo de ejemplo, expondremos un posible protocolo de construcción, el cual responde a la exploración de este Rosetón de cuatro pétalos realizada anteriormente. Cabe mencionar que este no es el único protocolo factible de ser realizado y que el mismo responde a un análisis realizado a la figura.

Protocolo de construcción del Rosetón de cuatro pétalos:

- 1) Trazar una recta l
- 2) Trazar la recta r perpendicular a la recta l
- 3) Sea P el punto de intersección entre las rectas l y r
- 4) Con centro en P trazar una circunferencia de radio arbitrario.
- 5) Determinar los puntos de intersección de con la recta r.
- 6) Determinar los puntos de intersección de con la recta l.
- 7) Nombrar a los puntos de paso 5 y 6 ABCD en sentido antihorario.
- 8) Trazar la circunferencia con centro en B y radio congruente con ()
- 9) Sea E el punto de intersección de con la recta l
- 10) Trazar con centro en P y radio congruente a la circunferencia
- 11) Trazar las circunferencias, y

- 12) Sean y los puntos determinados por la intersección de y, en el semiplano determinado por r que contiene al punto E
- 13) Sean y los puntos de intersección de las circunferencias y, en el semiplano determinado por r que contiene al punto D
- 14) Sean y los puntos de intersección de las circunferencias y, en el semiplano determinado por l que contiene al punto A
- 15) Sean y los puntos de intersección entre las circunferencias y, en el semiplano determinado por l que contiene al punto C
- 16) Trazar el arco de circunferencia que contiene al punto C
- 17) Trazar el arco de circunferencia que contiene al punto
- 18) Trazar el arco de circunferencia que contiene al punto A
- 19) Trazar el arco de circunferencia que contiene al punto
- 20) Ocultar las construcciones del paso 1 al 9 y del paso 11 al 16

Para finalizar este apartado podemos señalar que el trabajo con estos rosetones tiene el potencial de movilizar en los estudiantes otras nociones de circunferencias dependiendo del protocolo de construcción que se realice. Nos referimos, por ejemplo, a la posibilidad de estas figuras a ser trabajadas con simetrías, lo que permite a los estudiantes trabajar con la noción de circunferencia como única figura estable por simetrías y rotaciones. También, como hemos visto particularmente en el protocolo anterior, la reproducción del rosetón de cuatro pétalos permite la articulación de otras figuras, como el cuadrado, y de nociones como rectas perpendiculares y punto medio, entre otros. A su vez, diversas construcciones movilizarán distintas nociones de circunferencia.

En el próximo apartado veremos expuestas algunas de las decisiones que como investigadores hemos tomado a la hora del procesamiento de los datos empíricos para facilitar el trabajo con los mismos, a qué herramientas informáticas hemos recurrido para esta organización y cuál es la ventaja que observamos en esta decisión asumida.

¿Cómo estamos procesando los datos?

De la implementación de esta secuencia, se obtuvieron distintas fuentes cuya triangulación permitirán el análisis de lo acontecido en el estudio de caso. Hemos obtenido como material de campo videos, textos realizados por las estudiantes y archivos de GeoGebra donde se registraron las interacciones que las mismas efectuaron con los rosetones propuestos. Hemos recolectado más de treinta horas de grabación, donde se registran tanto las interacciones de los emisores como de los receptores con los rosetones, que incluye los diálogos que mantenían durante esas interacciones a la hora de reconstruir la figura asignada con el software. Se conservan catorce textos que contienen los mensajes de los emisores y las interacciones con los receptores en formato papel, escaneados para tener un acceso más inmediato. Por último, se obtuvieron más de catorce archivos de Geo-Gebra con las producciones tanto de los grupos emisores que realizaron exploraciones con el rosetón previa a la generación del mensaje, como de grupos receptores donde se puede observar la decodificación de los protocolos de construcción enviados por los emisores.

El caudal de fuentes empíricas, producto de la implementación, requirió pensar alguna estrategia para su organización, y poder comenzar con el proceso de análisis y su sistematización. Así fue como se optó por la realización de una tabla (ver Tabla 1) en la que se consignaron las siguientes categorías:

- 1. Grupo N.º: Es la denominación que se utilizara para resguardar el anonimato de las estudiantes.
- 2. Integrantes: En esta columna figuran los nombres con los apellidos de los integrantes de los grupos por si es necesario contactarlos y nos sirve para distinguir que archivos corresponden a cada grupo ya que los mismos fueron subidos al Google drive (en el caso de los videos) y al Moodle (en el caso de los archivos de GeoGebra).

- 3. Posición de Receptor: En esta columna están los videos y archivos de GeoGebra generado por los miembros de los grupos en posición de receptores.
- 4. Posición de Emisor: En esta columna están los videos, archivos de GeoGebra y Mensajes enviados, así como las interacciones de éstos con los grupos receptores.

Observaciones: esta columna se reservó por si es necesario incorporar alguna otra información relevante para la investigación en curso.

Grupo	Equipo	Receptor	Emisor	Observaciones
Grupo 1	XXXXX XXXXX	Rosetón 1 G1RR1 GeoGebra Video	Rosetón 2 G1ER2 GeoGebra Video Mensaje	
	XXXXX	Rosetón 2 G1RR2 GeoGebra Video	Rosetón 1 G1ER1 GeoGebra GeoGebra Video 1 Video 2 Mensaje	
Grupo 2	XXXXX XXXXX	Rosetón.1 G2RR1 GeoGebra Video	Rosetón 2 G2ER2 GeoGebra Video Mensaje	
	XXXXX XXXXX	Rosetón 2 G2RR2 GeoGebra Video	Rosetón.2 G2ER1 GeoGebra Video 1 Video 2 Mensaje	

Tabla 1. Título: Organización de grupos y subgrupos emisores y receptores. Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en la tabla del ejemplo anterior, a cada grupo le corresponden dos filas ya que se los dividió para que pudieran interactuar con el Rosetón 1 y el Rosetón 2, ya sea como emisores o receptores de los mensajes. Para un acceso más fluido a las fuentes, en la tabla se pusieron hipervínculos que permiten desde la misma acceder a los registros de los diferentes materiales recolectados. Esta forma de sistematización de las fuentes empíricas permite realizar los análisis del material recolectado. La denominación de los grupos permite hacer una rápida referencia a cada uno de los mismos, pudiendo recuperar información relevante para el trabajo, tales como en qué rosetón trabajan y en qué posición dentro de la situación de comunicación están, es decir, si son receptores o emisores de los mensajes.

En el apartado siguiente se presentan unos primeros avances en el proceso de análisis de los datos documentales recolectados, particularmente se analizan las producciones del grupo 1 y se presentan una primera categorización de las producciones de dichas alumnas.

¿Qué hemos encontrado hasta el momento en los mensajes producidos por las alumnas?

Para este análisis se cuenta con tres fuentes referidas al trabajo realizado por el Grupo 1: videos de los subgrupos, archivos de GeoGebra y los mensajes escritos, donde se observan interacciones entre G1ER2 y G1RR2.

Al momento del escrito hemos podido observar en los mensajes de las estudiantes las siguientes cuestiones:

- Indicación de tareas que suelen aparecer en el discurso geométrico tales como "Trazar una recta", y otras que aparecen en la mediación con el Geo-Gebra tales como "ocultar los puntos que aparecieron".
- Referencia a la utilización de herramientas propias del GeoGebra tales como "Utilizando Centro y Punto", haciendo referencia a la herramienta compás del software.
- En el caso de G1E, observamos que en su discurso los puntos son notados con letras mayúsculas encerrados en un círculo (A). Esta notación

aparece espontáneamente ya que en clases previas el docente había indicado que los puntos serían notados con letra imprenta.

- Expresiones del tipo "Deberán marcar un punto nuevo en la recta que pase a una distancia que sea un poco más de la mitad de cualquiera de los cuatro puntos anteriormente colocado al que llamarán (F)". Esto nos hace pensar en una acción guiada por la percepción, ya que en vez de trazar la circunferencia para que luego el punto C sea el determinado por la intersección de la recta con la circunferencia, se indica que debe ubicar el punto de tal modo que se cumpla que el punto C pertenece a la circunferencia y a la recta. Aunque no se especifica en el mensaje, en el archivo de GeoGebra podemos observar que el punto C al que hacen referencia es la intersección de una circunferencia centrada en A con radio y la recta AB.
- Observamos expresiones que hacen referencia a la utilización de herramientas para construir ciertos objetos tales como "con la herramienta 'intersección' entre circunferencia y mediatriz encontrar dos puntos nuevos a los que llamarán (E) y (D)"; en estas expresiones se puede observar una mediación del GeoGebra ya que hacen referencia a las herramientas propias del Software. Mientras que en expresiones del tipo "Deberán trazar la mediatriz del segmento" no se hace referencia al software sino es una expresión que se puede encontrar en la bibliografía de geometría sin utilización del software.
- "una vez realizada la circunferencia la pinchan en $\textcircled{\mathbb{D}}$ " o "con el radio la nueva circunferencia deberá intersectarse con el punto E en donde pincharan para que esta se intersecte encontraran un nuevo punto al que llamarán \blacksquare ": este discurso nos hace pensar en que están utilizando características propias del GeoGebra ya que deslizan el centro de la circunferencia al punto que indican con H y no construyen a partir del punto C una circunferencia con radio determinado. Esta forma de proceder no es posible en actividades con regla, compás y papel, y quizás esta forma de representación 2D/2D que posibilita el GeoGebra obstaculiza la necesidad de realizar una deconstrucción dimensional de la figura a ser copiada.

También como parte de este análisis hemos realizado la siguiente tabla (Tabla 2) donde se utilizaron una adaptación de las categorías propuestas



por Duval (2016) para clasificar los términos utilizados por las estudiantes y los tipos de formulaciones utilizadas en sus mensajes escritos.

Los términos utilizados				
Que remiten a conceptos de la Geometría	Que remiten a conceptos del lenguaje Natural	Que remiten a herramientas del Software		
MQdiaTriZ recta punto ciranterencia	circumferencia nueva fincnen RI funto aut cat	Centro , funto" nerramienta "intersección" herramienta compas"		

Tabla 2. Título: Términos utilizados por las estudiantes. Fuente: Elaboración propia

Así podemos observar que en los mensajes escritos de este grupo particular de estudiantes conviven en su producción textual tantos términos matemáticos como términos del lenguaje natural y otros asociados específicamente al software GeoGebra, lo que nos permite observar cómo su producción escrita no se ciñe a un único estilo.

Las formulaciones que observamos en los mensajes				
Que remiten a la utilización de herra- mientas del GeoGebra	Que no remiten a la utilización de herramientas del GeoGebra			
ουντον νος funtos συς οναγεάθνοη Utilizando "Centro y funto" Con la ηθιγαμίθητα "ίπτενεςεείδη"	Trazar una recta finchamos fin la recta suborián cucar un Trazar la mediatriz del segmento CB. ave pase a una distrancia au a saa un paso más de la mitad			

Tabla 3. Título: Las formulaciones que observamos en los mensajes. Fuente: Elaboración propia

Las formulaciones que observamos en el mensaje fueron agrupadas en dos categorías: aquellas que remiten a la utilización explícita de herramientas del GeoGebra y las que no lo hacen. Con esto queremos visibilizar que en sus expresiones escritas las integrantes de este grupo explicitan la utilización de ciertas herramientas del software.

Próximamente nos proponemos avanzar en el análisis del material recolectado y esbozar algunas conclusiones acerca de los efectos que tuvo la incorporación al medio didáctico del software en este grupo particular.

Recapitulación

Para finalizar este capítulo retomaremos algunas ideas que consideramos de importancia respecto del trabajo planteado. Primeramente, reconocer el potencial que tienen las situaciones de comunicación como medio de aprendizaje, no sólo en los niveles de educación primario y secundario sino en el nivel superior. Este tipo de situaciones permite a los estudiantes la exploración tanto de figuras y sus propiedades, como de la necesidad de explorar la generación de textos coherentes que permitan su reproducción. Dicha actividad resulta de importancia para el desarrollo de la vida profesional docente, lo cual permite tomar decisiones a los estudiantes sobre qué información es necesaria comunicar y qué información es superflua.

Por otro lado, como hemos expuesto a lo largo de este escrito, el trabajo con rosetones permite la articulación de diversas nociones matemáticas. Su comunicación requiere recurrir a otros elementos de la geometría que no necesariamente son visibles a simple vista en el dibujo, es decir, insta al trazado de figuras auxiliares, lo que permite desarrollar en los alumnos otras formas de "ver" que están más relacionadas con la matemática.

Finalmente, y no por esto menos importante, se expusieron algunos análisis respecto de las producciones de las alumnas. Estas producciones muestran como la incorporación del software GeoGebra en una clase de Geometría no es inocua, por lo que nos proponemos continuar avanzando en el análisis de los efectos que tuvo su inclusión al medio didáctico en este tipo de situaciones particulares.

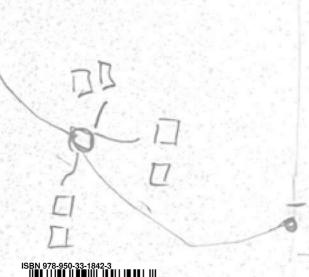
Referencias

- Acosta Gempeler, Martín Eduardo. (2007). La Teoría Antropológica de lo Didáctico y las Nuevas Tecnologías. En Luisa Ruiz Higueras, Antonio Estepa Castro, Francisco Javier García García (coord.): Sociedad, escuela y matemáticas: aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico. Jaén: Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones.
- Balacheff, Nicolás. (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En Gorgorio Solá Nuria, Deulofeu Piquet Jordi y Bishop, Alan. (coord..), Matemática y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional. Barcelona: Graó de Irif, S.L.
- Brousseau, Guy. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Chevallard, Yves, Bosch, Marianna y Gascón, Josep. (1997). Estudiar Matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE-Horsori. Universidad de Barcelona.
- Cornejo Endara, Rafael. (2023, agosto). Interacciones que grupos emisores y receptores establecen en situaciones de comunicación de figuras geométricas con GeoGebra. Trabajo presentado en las XII Jornadas de investigación en educación: Problemáticas contemporáneas e investigación educativa: derechos, democratización y desigualdades. Córdoba. Argentina.
- Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires. (2018). Diseño curricular para la educación primaria: primer ciclo y segundo ciclo; coordinación general de Sergio Siciliano. La Plata. Argentina.
- Duval, Raymond. (2016). El funcionamiento cognitivo y la comprensión de los procesos matemáticos de la prueba. En Luis Radford y Bruno D'Amore (Eds.), Comprensión y aprendizaje en matemáticas:

- perspectivas semióticas seleccionadas (pp. 95-125). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Fregona, Dilma y Orús Báguena, Pilar. (2013) La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Hernández Sampieri, Roberto, Fernández Collado, Carlos y Baptista Lucio, Pilar. (2006). *Metodología de la Investigación* (4ª ed.). México D.F.: Mc Graw Hill.
- Serres, Michel (2013). Pulgarcita: el mundo cambió tanto que los jóvenes deben reinventar todo: una manera de vivir juntos, instituciones, una manera de ser y de conocer.... Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Tirao, Juan Alfredo. (1979). El Plano. Buenos Aires: Docencia.
- Venant, Fabienne y Venant, Pauline (2014) La technologie au service d'une situation-problème: exemple de la rosace à huit branches. *Grand N*, *93*, 59-91.
- Villarreal, Mónica. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *VEsC*, *5*. 73-94.

Cierre

Celebramos y agradecemos la posibilidad de que estas voces sean partícipes de una convocatoria de una institución universitaria pública que promueve la divulgación del conocimiento producido en su seno y en el marco de líneas de financiamiento que procuran la producción científica y la formación de nuevxs investigadores.



Tizzeron que tzpz ventz Nz



