



Acerca de diferentes designaciones de los números naturales

Dilma Fregona*

Introducción

Convergen en esta propuesta dos líneas de investigación en torno a la Enseñanza de la matemática en diferentes niveles del sistema, particularmente en la formación inicial y continua de docentes. Problematicamos el estudio del sistema de numeración decimal y su vinculación con las operaciones en el conjunto de los números naturales.

En una de esas líneas, relativamente reciente, abordamos el estudio de los números grandes (que caracterizamos como aquellos que, en el sistema decimal, tienen siete o más cifras) que se tratan a fines de la escuela primaria e inicios de la secundaria. Este trabajo se enmarca en un pequeño grupo de estudio e investigación conformado en torno a la Dirección General de Educación Superior (DGES) de la Provincia de Córdoba.

En la otra, estudiamos documentos provenientes del Fondo de Recursos Guy Brousseau, de la Universidad Jaime I (UJI) de Castellón, España. Dicho Fondo se constituyó en 2010 con materiales producidos por el Centre d'Observation et de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM)¹, desde 1972 y por más de 25 años. Ese Centro fue un dispositivo creado para elaborar y experimentar ingenierías didácticas de investigación en una escuela primaria con el status de “escuela para la observación”. Ese establecimiento es la Escuela Michelet, en Talence, localidad próxima a Bordeaux.

Reuniremos esas trayectorias en un breve análisis de una propuesta de un texto de primer año de la escuela secundaria y otro de sexto grado de la escuela primaria para estudiar el objeto específico en el grupo de DGES.

¹ Véase <https://guy-brousseau.com/le-corem/presentation/> El portal del Fondo de Recursos es: <https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/62668>

* Profesora Consulta, UNC / dilma.fregona@unc.edu.ar

Una imagen que configuró el problema

Parte del trabajo de campo para indagar cómo se estudian los números grandes a fines de la primaria e inicios de la secundaria, fue analizar libros de texto utilizados con mayor frecuencia en las escuelas de la zona de influencia de un instituto de formación docente de la Provincia de Córdoba.

Entre varias actividades discutidas, seleccionamos la presentada en la Imagen 1, que lleva por título “Composición y descomposición en potencias de 10”.

Composición y descomposición en potencias de 10

1. Martina y Camilo están jugando al tiro al blanco. En cada figura se representa la tirada de un jugador, y con un punto rojo está señalado el lugar donde impactó el dardo.

Camilo

Martina

Todas las potencias de 10 tienen como primera cifra el número 1 y los restantes son ceros. Por ejemplo:

$10^2 = 100$
 $10^3 = 1.000$
 $10^4 = 10.000$
 $10^5 = 100.000$

La cantidad de ceros es igual al exponente al que se elevó el 10.

2. En un programa de preguntas y respuestas, hay seis niveles de preguntas. En cada ronda, un participante puede elegir hasta nueve preguntas de cada nivel. Esta es la tabla de puntos que corresponde a cada respuesta correcta en cada uno de ellos.

Nivel	1	2	3	4	5	6
Puntos	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000

3. En la primera ronda, Alberto dio tres respuestas correctas del primer nivel y siete del tercero, y Beatriz respondió correctamente nueve del segundo y una del cuarto. ¿Cuál de los dos participantes sumó más puntos en esa ronda? ¿Por qué?

4. En la segunda ronda, Alberto acertó nueve preguntas del quinto nivel. ¿Cuántos puntos tiene que hacer como mínimo Beatriz para alcanzarlo? ¿Esta tiene una sola forma de puntar esa cantidad de puntos?

5. En una ronda, Sergio responde correctamente dos preguntas de cada nivel. ¿Cuántos puntos obtiene?

6. Esta es la tabla de los puntajes finales de cada participante.

Participante	Héctor	Luna	Isabel	Edel	Alex
Puntos final	2.541.540	387.825	1.080.200	1.980.400	370.850

¿Cuántas preguntas de cada nivel respondió correctamente cada participante?

7. Escriban qué número se obtiene en cada caso.

$a. 3 \times 1.000.000 + 8 \times 100.000 + 2 \times 1.000 = 3.802.000$ $b. 5 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 4 \times 10^2 = 58.400$

8. Indiquen, sin resolver las cuentas, cuáles de estos cálculos permiten obtener el número 4.789.563. Expliquen cómo lo decidieron.

$a. 40 \times 10^4 + 89 \times 10^3 + 5 \times 10^2$ $b. 4 \times 9 \times 10^4 + 85 \times 10^3 + 63$

$c. 4.789 \times 10^3 + 563$ $d. 4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 56 \times 10^0 + 3$

Imagen 1. Título: Actividad “Composición y descomposición en potencias de 10”. Fuente: Kurzrok et al., 2017, p.10.

La página muestra cuatro tareas, y a la izquierda un cuadro sobre fondo rojo donde aparecen anotadas algunas potencias de 10. Ese cuadro es el que nos interesa analizar, porque aporta cierto discurso justificativo que puede sustentar un modo de hacer una tarea determinada². ¿Oficia como institucionalización, como saber matemático de referencia en ese momento de la enseñanza? Nuestro primer análisis no alcanza a dar una respuesta aproximada a esta cuestión.

La primera tarea es un juego de tiro al blanco, donde se proponen números de hasta cuatro cifras. La segunda, propone armar números y compararlos según un puntaje que utilizando dígitos del 1 al 9, se multiplican por potencias de 10. Así los dígitos supuestamente obtenidos aparecen multiplicados por 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 y 1.000.000... ¿Y la multiplicación por 1? Ya sabemos que da el mismo dígito, pero con esa ausencia obtenemos solamente puntajes totales cuya cifra de las unidades simples (Chambris et al., 2021) es cero. Cada uno de los valores de las cartas puede ser tomado como unidad relativa, de todos modos, con este juego de cartas solamente se alcanzan números que son múltiplos de 10.

Además, los puntajes se distinguen por niveles, asociados a potencias de 10 expresadas, en el cuadro de la izquierda con notación exponencial. Por ejemplo, el nivel 3, coincide con 10^3 . Los niveles en la tabla son seis (de 10 hasta un 1.000.000), y el cuadro rojo muestra los exponentes de 2 a 5, donde además no se incluyen los exponentes 1 y 0 aunque el nivel 1 existe en el contexto del juego.

La consigna no nos parece clara, asumimos que la docente en acuerdo con la clase acordará las reglas del juego y conjeturamos que la decisión de las autoras es proponer una actividad lúdica que puede ser atractiva para la población de destino. Varias cuestiones nos planteamos en el grupo de trabajo, encontrábamos que había algo raro en esa propuesta... Parece arbitraria la condición “En cada ronda, un participante puede elegir hasta nueve preguntas de cada nivel.” ¿Por qué? ¿Está habilitado a no elegir ninguna en un nivel dado? ¿Y en ese caso, cómo se designa el puntaje obtenido?

En el cuadro que nos interesa discutir se presenta la notación exponencial de algunas potencias de 10, desde el exponente 2 al 5. En lecciones

2 En términos de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), los elementos de una obra matemática son: tarea, técnica, tecnología y teoría.

anteriores se introduce la potenciación tomando como base diferentes números, y se da nombre a sus elementos (base, exponente, potencia). ¿Cómo se fundamenta la decisión de incluir algunas potencias de 10? ¿Es necesario ese discurso para resolver la tarea presentada? ¿Contribuye a profundizar en algún sentido el objeto matemático “sistema de numeración decimal” así como está propuesto?

No desconocemos la importancia de la descomposición polinómica en el estudio de un sistema posicional de numeración. Para ser claros en lo que planteamos, damos un ejemplo: hay una colección que tiene 4.027 objetos, esa forma de designar el número es lo que se usa habitualmente en instituciones educativas a partir del cuarto grado de escolaridad. Pero también se lo puede designar oralmente como cuatro mil veintisiete; y como combinación de productos y sumas: $4 \times 1.000 + 2 \times 10 + 7$. También podría escribirse como: $402 \times 10 + 7$. Las unidades simples, que en lenguaje coloquial describimos como sueltas, son 7 porque no alcanzan a formar una decena más.

La notación exponencial permite escribir, de manera abreviada: $4 \times 10^3 + 2 \times 10 + 7$. Sin embargo, cuando comienza el proceso de uso de este modo de designación, podría darse la expresión completa de las potencias de 10: $4 \times 10^3 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$.

Y aquí está el nudo del problema que encontramos en ese cuadro, sobre el que volveremos más adelante.

Otro juego de cartas

En otro libro de texto destinado a alumnos de fin de la escuela primaria, utilizado en una escuela de la zona, también encontramos un juego de cartas similar, sin notación exponencial. La Imagen 2 muestra una tabla bajo el título “Multiplico por 10, 100, 1.000”

Multiplico y divido por 10, 100, 1.000

5. Los chicos y chicas de 6.º están jugando con cartas que tienen estos puntajes.



Jugador	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	Puntaje total
Lucía	--	18	9	--	15	9	
Nico	2	7	5	12	--	6	
Rochi							1.245.060
Fran	--				5		2.098.970

a) Completá la tabla (Rochi y Fran tienen la menor cantidad de cartas posible).

b) ¿Cuántos puntos juntás con diez cartas de cada tipo?

Imagen 2. Título: Actividad “Multiplico por 10, 100, 1.000”.

Fuente: David et al., 2019, p.9

El valor de las cartas es: 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000 y hay que completar una tabla en la cual participan cuatro jugadores. Se incluye una columna con el puntaje total obtenido para dos de los jugadores. Para los otros dos, esa columna es dato y deben calcular, bajo ciertas restricciones (por ejemplo, para Fran no se puede usar el millón), las cartas faltantes para alcanzar el número dado. ¿Es válido responder, para Rochi, 1245 en la columna de mil? ¿Por qué no hay cartas cuyo valor sea la unidad simple? Los puntajes totales obtenidos tienen cero en la cifra de las unidades... Como en el juego de la Imagen 1, solo se obtienen múltiplos de 10. Pero a diferencia de ese juego, aquí se pueden admitir factores que tienen más de un dígito. Por ejemplo, para obtener 1.245.060 puntos, se puede pensar en 50 cartas de 100, 6 de 10 y 124 de 10.000... ¿o tiene que haber cifras en la columna de un millón?

Podríamos plantear otras cuestiones sobre esta tarea, pero nos interesa pensar cuál es la gestión que puede llevar a cabo el docente para darle mayor sustancia al estudio del sistema de numeración decimal a partir de esos juegos.

Algunas cuestiones fundamentales que vienen a responder los sistemas de numeración

Desde la perspectiva de la TAD (Chevallard et al., 1997), toda obra matemática se construye como respuesta a un tipo de cuestiones o de tareas problemáticas (intra o extra matemáticas) para una comunidad en un tiempo determinado.

Para identificar esas cuestiones consideramos necesario problematizar, aunque brevemente, la noción de número natural y específicamente de los sistemas de representación de cantidades discretas. Con ello nos proponemos distinguir las consecuencias de las decisiones tomadas en actividades para la formación matemática de alumnos de la escolaridad obligatoria. Tomamos una cita de un texto destinado a la enseñanza de la matemática:

Los números naturales son los que usamos para contar: 1, 2, 3, 4, ..., 27, ..., 89, ..., 9650, ..., 23564456, ... Cada uno de estos símbolos y el nombre correspondiente nos permite identificar cuántos elementos tiene una colección determinada. Los números naturales permiten responder, entonces, a la pregunta ¿cuántos hay? Los diferentes sistemas de numeración que el hombre desarrolló en el transcurso del tiempo hacen que no sea necesario tener presentes los objetos para recordar cuántos hay o para comunicar cuántos tenemos: además según el grado de desarrollo alcanzado, los sistemas de numeración permiten realizar diferentes cálculos y anticipar una enorme gama de hechos. (Bartolomé y Fregona, 2003, p.135)

Se vincula así la noción de número natural y los sistemas de representación. Desde la TAD un modo de plantear la tarea problemática es: ¿Cómo expresar el cardinal de una colección finita (es decir, el número natural) mediante una representación escrita que sea un instrumento útil para el desarrollo de la aritmética elemental? (Sierra Delgado, 2006, p. 57)

Según el autor, en la actualidad, esta cuestión se puede responder de un modo directo cuando el sujeto que debe llevar a cabo la tarea de contar y comunicar la cantidad recurre al sistema de numeración decimal. Diferentes culturas aportaron durante siglos soluciones más o menos accesibles para realizar tareas consideradas fundamentales con los números naturales, tales como representar cantidades de manera unívoca y cómo-

da, comparar esas escrituras y realizar los cálculos de las distintas operaciones.³

El número cero apareció tardíamente en la evolución de los sistemas de numeración: cuando se cuenta una colección se comienza por 1. Cuando las civilizaciones dispusieron del cero, finalmente fue posible desarrollar el sistema de numeración decimal usual⁴. Utilizamos diez símbolos que son el cero y los primeros nueve números naturales: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9.

Por razones teóricas, el cero aparece con comportamientos que muestran ciertas rarezas con respecto a los otros números. Por ejemplo, cualquier número multiplicado por cero, da cero.

La división por cero no puede resolverse, y la potencia cero de cualquier número es 1. Una potencia cuyo exponente es 1, es igual a la base. Así, $10^1 = 10$

Estos elementos tecnológicos serán útiles para interpretar el cuadro que nos resulta problemático.

¿Cuál es el nudo del problema que manifiesta el cuadro de la imagen 1?

“Todas las potencias de 10 tienen como primera cifra el número 1 y las restantes son cero”, es la primera afirmación. ¿Es necesario? Ya definieron potencia de un número, además hace ruido la descripción de la primera cifra, ¿dificulta más el acceso aclarar que es la primera de la izquierda?

Luego, se muestra una notación exponencial que abarca de 10^2 a 10^5 . Se omiten las unidades simples (10^0) y las decenas (10^1) aunque en los niveles del juego hay cartas que valen 10, pero no las que valen 1. Sería un problema interesante para trabajar con los alumnos identificar cuál es el mayor y el menor puntaje que es posible obtener con los aportes de ese cuadro, o siguiendo los niveles de la tabla. Por ejemplo, según el cuadro no tenemos una expresión para los puntajes menores que 100 ni los que tienen siete cifras. ¿Contribuye la información del cuadro para resolver la cuarta tarea y obtener la escritura de 4.789.563?

3 Véase Sierra Delgado (2006), capítulo II.

4 En este sistema, los agrupamientos son de a diez y hay igual cantidad de símbolos, análogamente puede hacerse agrupamientos de a 2, 3, 4, etc. y entonces se está trabajando en base no decimales.

Las reglas del juego que muestra el texto transgreden la primera función del sistema de escritura: representar las cantidades de manera unívoca. Otro problema a plantear podría ser cómo cambiar las reglas de modo tal que se pueda escribir cualquier número comprendido entre 0 y 9.999.999.

En el contexto del juego parece no importar que todos los puntajes tengan un cero en la cifra de las unidades simples, pero el cuadro, como ya lo dijimos, presenta un discurso que parece aproximarse por la simbolización a una justificación matemática y sin embargo empobrece, distorsiona el objeto de estudio.

En el mismo sentido de debilitamiento en el estudio del tema, la lección “Sistema de numeración decimal” en un libro de primer año de la escuela secundaria comienza con la Imagen 3.

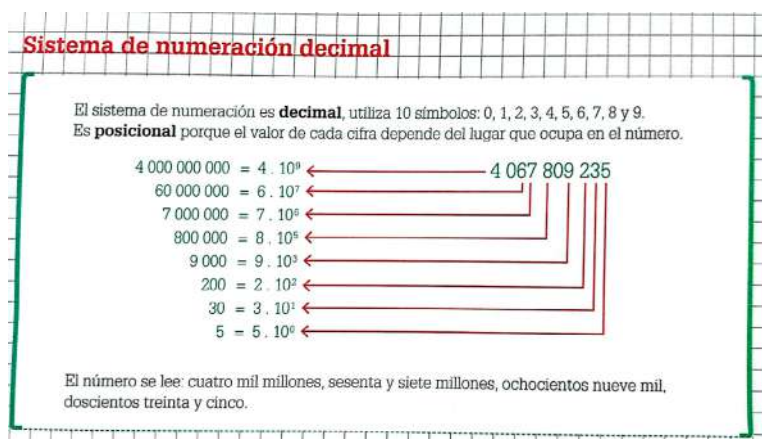


Imagen 3. Título: Lección “Sistema de numeración decimal”.

Fuente: Effenberger, 2016, p.7

Al destinatario, se le propone leer/interpretar ese cuadro. En las páginas siguientes hay tareas donde se pide el nombre de los números, se utiliza la notación exponencial... pero dado que este tipo de esquema se utiliza desde al menos seis décadas en las escuelas primarias argentinas, aquí nos detendremos un momento.

Observamos que sí aparece la potencia cero para designar la cifra de las unidades simples, sin embargo, no se identifican las potencias para aquellas posiciones donde la cifra es cero. ¿Por qué? ¿Otra vez un tratamiento particular para el cero? La incorporación del cero, como ya dijimos, fue fundamental para la construcción de los sistemas de numeración posicionales⁵. Indica, precisamente, que en ese lugar no hay unidades simples o relativas sueltas. En el ejemplo de la Imagen 3, para 10^4 y 10^8 , no hay decenas de mil y centenas de millón sueltas.

Las últimas líneas de la imagen indican cómo se lee ese número de nueve cifras, tal vez el docente pueda tomarlo como ejemplo y agregar o quitar cifras. El libro no lo propone, pero tal vez sea un buen momento para explicar/retomar la reiteración de unidad, decena, centena acompañada del cambio de unidades relativas. Y también, como indica el título de este capítulo, incorporar al estudio de los números las escrituras diferentes tomando otras unidades. Por ejemplo, en unidades de millón y unidades de mil, tendríamos: $4.067 \text{ millones} + 809 \text{ mil} + 235$. En notación exponencial: $4.067 \times 10^6 + 809 \times 10^3 + 235$. O en decenas: $406.780.923 + 5$

Este tipo de tareas puede favorecer el acercamiento a los números grandes, ya que hemos observado con cierta frecuencia que alumnos de primer año de la escuela secundaria pueden leer números de hasta cuatro cifras, pero se les complica la tarea para los mayores.

Una advertencia: en estas escrituras diferentes de un número nos mantenemos en el estudio de los números naturales, no estamos entrando en escrituras decimales que a menudo aparecen en contextos cotidianos, como el número de “me gusta” en redes sociales o cantidad de habitantes de una población. Allí, si hay 18,729 mil seguidores en una cuenta, si se agrega uno, tendremos 18,730 mil seguidores... Atención, se está en peligro de quebrar la densidad de los números decimales y entonces tenemos un siguiente o un anterior de un número con coma. ¿Es grave? No, si docentes y alumnos están prevenidos y se mueven en ese contexto.

5 El antiguo sistema de numeración chino contaba de símbolos para los dígitos (de 1 a 9) y luego otros para 10, 100 y 1000. La escritura de las cantidades, hasta cierto número, se realizaba por la yuxtaposición los símbolos.

¿Por qué consideramos importante dar diferentes designaciones de las cantidades?

En este apartado es donde estrechamos las relaciones entre las líneas de investigación mencionadas en la introducción: del estudio sobre la enseñanza de los números grandes nos aproximamos a las indagaciones anteriores sobre documentos provenientes del Fondo de Recursos Guy Brousseau. Los estudios que llevamos a cabo ponen de relieve cómo a partir de escrituras aditivas o multiplicativas de colecciones relativamente grandes, alumnos de los primeros años de escolaridad primaria construyen técnicas para resolver las operaciones aritméticas elementales. Veamos brevemente un recorrido para designar colecciones donde no se sigue una progresión tradicional.

Brousseau, después de cinco décadas de haber publicado su primer libro en 1964 destinado a alumnos del primer año de escolaridad primaria en el contexto de la enseñanza de las “matemáticas modernas”, expresa: “[...] esta obra es un manifiesto a favor de un enfoque moderno de la enseñanza de las matemáticas. Más aún, es una verdadera provocación por el número de disposiciones tradicionales que transgrede” (2015, p.1).

A fines de 1960, Brousseau (1972) expresa que una de esas transgresiones de las prácticas de enseñanza en la Escuela Michelet estuvo relacionada con la construcción de procesos de designación de colecciones que permitieron la construcción de los números y de sus relaciones.

Acerca de la designación de los números y la adición

Al inicio del primer año de escolaridad, los alumnos de 6 y 7 años, después de comparar colecciones utilizando la correspondencia uno a uno, se encontraban con el número como una propiedad de colecciones equipotentes de objetos diferentes. Además de la manipulación de pequeños objetos, se trabajó el nombre del número y la escritura. Se observa un trabajo con los dígitos y luego un salto hacia números de dos cifras, sin pasar por el diez. Se menciona 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 14, 17. Se propuso entonces dar el cardinal de una colección numerosa, la cual generó inicialmente desconcierto en los alumnos y les permitió experimentar nuevas “necesidades” en términos de conocimientos matemáticos a construir. El cardinal de la colección actuó como una *variable didáctica* de la situación ya que el valor

que tomó esa variable modificó el conocimiento necesario para resolverla. Una de las técnicas a la que recurrieron los alumnos, y que se institucionalizó localmente, fue la partición de la colección y la designación numérica de cada parte por un símbolo convencional. Por ejemplo, con los símbolos conocidos y la introducción del signo + los alumnos designaban inequívocamente cantidades: “8+6”; “8+6+5”; “14+2+8+8”. El signo “+” se presentaba como una convención que reemplazaba a “y” o a la coma, entonces $6+5+6+4$ no es, en un primer tiempo, una operación a realizar, sino la *escritura aditiva* de un número previa a la escritura usual. Se articulan las colecciones, el nombre de los números y sus diferentes escrituras, con ciertas limitaciones en el orden de magnitud⁶.

Una breve trayectoria, necesariamente incompleta en el complejo entramado de ese proceso de enseñanza nos posibilita identificar algunos hitos. El estudio de la adición incluye las equivalencias entre escrituras aditivas y escrituras usuales de un número y la comparación de números escritos bajo diferentes formas. El trabajo con las relaciones de igualdad y desigualdad a través de la comparación de números y escrituras aditivas refuerza el tratamiento de la designación de números. Poco a poco se privilegian las escrituras aditivas correspondientes al sistema de numeración decimal (como las del tipo $10+10+...+10$), técnica que redundará en beneficio de los cálculos de las operaciones, particularmente, en las descomposiciones de factores en la multiplicación. Además, podemos visibilizar un trabajo sostenido de memorización de un repertorio aditivo con sumas que dan 10, vinculado al cálculo mental. Se introduce el 100 como 10 decenas y se escriben y comparan números de dos cifras.

A medida que se avanza en la designación de números mediante escrituras aditivas, se introduce la operación adición. El repertorio memorizado de cálculos, el trabajo sobre cálculos horizontales, el uso de la calculadora y la reducción de escrituras aditivas ($6+5+3+4+1$ deviene en $11+3+5$, luego $11+8$, finalmente, 19), son instrumentos adecuados para el estudio de la técnica de cálculo usual de la adición en columna. Se organiza una progresión de aprendizajes a través de un ir y venir de tareas de escritura y comparación de números. Destacamos fases de institucionalización de repertorios aditivos entre dígitos (particularmente los que dan 10) de

6 Si bien al superar la manipulación de colecciones, es posible acceder a números grandes, estos lo son en un rango relativo.

modo que se establece una regla en la clase que solo habilita estas técnicas de cálculo.

De modo análogo al trabajo realizado con las escrituras aditivas de un número del cual se desconoce su nombre y escritura, se introducen las *escrituras multiplicativas* para designar colecciones cuyos elementos estaban dispuestos en una configuración rectangular. En el segundo año de escolaridad, la técnica de partición de una colección para dar su cardinal es constitutiva de la *estrategia de base* para calcular la escritura usual del número 14×18 (Fregona et al., 2023, p.71).

El estudio de esas secuencias de enseñanza, de las planificaciones diarias y registros de observaciones de clases producidas por docentes, producciones individuales o grupales de los alumnos, tesis de posgrado, etc. nos despiertan una sensibilidad particular hacia los docentes y los estudiantes en formación docente que como una herramienta fundamental toman un libro de texto como documento curricular. Esa es parte de nuestra trayectoria, no estamos diciendo que es la única manera de lograr ese acercamiento a la tarea de enseñar matemática, en este caso, que es responsabilidad de la comunidad educativa.

Hasta aquí, en este apartado, tomamos motivaciones, reflexiones, explicaciones de docentes e investigadores involucrados en el trabajo en la Escuela Michelet. Veamos algunas de las tareas que involucran las diferentes designaciones de los números y que fueron efectivamente propuestas a los alumnos de los primeros años.

En Francia, el año lectivo comienza en el mes de setiembre, la tarea propuesta a dos meses de clases es la que muestra la Imagen 4.

④ Complétez ce tableau:

écriture la plus courte	dessiner les baguettes de dix et les cubes seuls	écriture en lettres	écriture additive.
37			
			$50+10+10$
		8 dizaines et 7 unités	
	$\begin{smallmatrix} \square \square \\ \square \end{smallmatrix}$		

Imagen 4. Título: Actividad individual propuesta el 9 de noviembre de 1981.

Fuente: CE1 81/82, CAJA 131, CRDM-GB, UJI

La resolución es individual ya que se trata de un control cuya función es determinar el desempeño de cada alumno. Se pide completar la tabla, cuyos encabezados son⁷: escritura más corta, dibujar las barras y los cubos sueltos, escribir en letras, escritura aditiva. Las barras y los cubos se refieren al material de Dienes⁸ en base diez, se trabaja el nombre de los números y la descomposición aditiva. De alguna manera, el dato en la escritura en letras y en la última columna refuerzan la escritura en decenas.

El 7 de enero de 1982, dos meses más tarde y con ese mismo grupo de alumnos, una planificación diaria propone identificar el valor de cada cifra en un número. El vocabulario recupera el material de Dienes en base 10, y seguramente está disponible en la clase por si algún alumno lo requiere, pero la planificación no lo incluye como recurso ni se pide dibujar estos objetos. La tarea es dar el número que tiene 8 paquetes de 10, 5 placas de 100 y 13 unidades. (CE1 81/82, caja 131, CRDM-GB, UJI)

⁷ La traducción de las consignas es nuestra.

⁸ Dienes, produjo en la década de los 70 un material para trabajar los agrupamientos en diferentes bases: la unidad era un cubito, el primer agrupamiento una barra, el segundo agrupamiento una placa, etc.

El 11 de mayo de 1982, para esa misma clase, la planificación lleva el título “Utilización de calculadoras”, y se propone una tarea en grupos de a dos: escribir números de tres cifras, empezando por las unidades. Los números dados son 285 y 845. La validación del método utilizado por los diferentes grupos de alumnos se realiza en el conjunto de la clase. (CE1 81/82, caja 131, CRDM-GB, UJI)

¿Qué técnicas se activan? La consigna es precisa, empezar por las unidades, y luego pueden darse diferentes modos de hacer que involucran la posición de las cifras y la suma. Se nos ocurre, para 285 una secuencia: $5+80+200$, también con la conmutatividad en el segundo y tercer sumando. O $5+280$ o bien otras descomposiciones que involucren decenas y centenas tratando de hacer escrituras más largas.

En el tercer año de escolaridad primaria se continúa estudiando el sistema de numeración decimal, entre otras tareas, las del tipo: Encuentra un número sabiendo que la cifra de las centenas es 3, la cifra de las unidades es 7 y el número de decenas es 36. (CE2 1982-83 Caja 158, CRDM-GB, UJI, Control de fin del primer trimestre).

Seguramente el lector interesado querrá saber cómo se estudiaba en ese ámbito los números grandes. Lamentablemente no tenemos información al respecto ya que las búsquedas de documentos realizadas hasta el momento en el archivo del Fondo Guy Brousseau no incluían ese tema.

En las últimas décadas, la investigación en educación matemática, estudia la incorporación en la enseñanza primaria de una mirada algebraica sobre el estudio del sistema de numeración y las operaciones. Es necesario profundizar esas producciones, para conocer más precisamente el alcance de ciertas prácticas en la escolaridad obligatoria.

A modo de cierre

El análisis realizado se puede profundizar, y discutir con otros actores: docentes de primaria formadores de docentes, investigadores. Sería muy rico incorporar otras miradas. Hay aspectos que no tratamos, por ejemplo, ¿qué significa “sin resolver las cuentas” en la tarea 4 de la imagen 3? Es una consigna muy difundida en la escolaridad obligatoria, ¿se discute con los alumnos? ¿Se negocia un acuerdo?

Releemos este escrito y nos queda la sensación de que planteamos NO incluir actividades lúdicas en la enseñanza. Nada más lejos de lo que que-

remos comunicar. Tenemos la convicción de que los desafíos cognitivos propuestos en tareas grupales, son fundamentales para el aprendizaje.

Las propuestas de estudio en un libro de texto es una tarea de una enorme responsabilidad, y también lo es la selección de esos materiales por parte de los establecimientos educativos para llevar a las aulas. Tendencias actuales, no solo vigentes en nuestro país, parecen soslayar los objetos de enseñanza, en nuestro caso la matemática. Las políticas públicas deberían promover la investigación en educación para poder distinguir hacia dónde se mueve el péndulo de las tendencias en la enseñanza, en particular de la matemática, que frecuentemente oscila movido por “modas”. Es necesario reflexionar quiénes son los beneficiarios de tales o cuales decisiones, y quiénes pierden con ellas.

En nuestro país, en la década de los 90 se produjo por años el desfinanciamiento en educación. Hubo, al inicio de este siglo, períodos de recuperación promovidos por el estado nacional. Sin embargo, las sucesivas crisis (entre ellas la pandemia) y el recorte presupuestario actual impulsado por el presidente Milei que afecta las condiciones para una vida digna de la mayor parte de la población, no nos permite ser optimistas con respecto al futuro inmediato de la educación, particularmente. Como ya lo compartimos en otras ocasiones, sostenemos la consigna: la educación pública no se vende, se defiende.

Agradecimientos: este trabajo fue posible por los múltiples espacios de estudio y discusiones en encuentros presenciales o virtuales con los/las colegas Antúnez, Daniela; Arónica, Laura; Gerez Cuevas, Nicolás; Giménez, Darío y Mondino, Mariel.

Referencias

- Bartolomé, Olga y Fregona, Dilma. (2003). El conteo en un problema de distribución: una génesis posible en la enseñanza de los números naturales. En Mabel Panizza (comp.) *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de EGB. Análisis y propuestas*. (pp. 131-162). Buenos Aires: Ed. Paidós, ISBN 950-12-6141-7.
- Brousseau, Guy. (1972). Processus de mathématisation. En Maurice Glaymann (dir.) *La mathématique à l'école élémentaire* (pp.428-457).

- Paris : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Publique. <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Annexe-Processus-de-Math.pdf>
- Brousseau, Guy. (2015). *Commentaires 2015 de Guy Brousseau sur son petit livret de 1964* [Comentarios 2015 de G. Brousseau sobre su primer libro]. http://guy-Brousseau.com/wp-content/uploads/2015/07/Dunod_65_Pres_Vers_espagnole_.pdf
- Chambris, Christine, Coulange, Lalina, Rinaldi, Anne-Marie, Train, Grégory (2021). Unités (relatives) pour les nombres et le calcul à l'école. Vers un état des lieux - potentialités. En Hamid Chaachoua, Annie Bessot, Berta Barquero, Lalina Coulange, Gisèle Cirade, Pierre Job, Anne-Cécile Mathé, André Pressiat, Maggy Schneider, Fabrice Vandebrouck (edit.). *Nouvelles perspectives en didactique : le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure - XXe école d'été de didactique des mathématiques* (1^a ed., 1-2, pp.373-395). Grénoble : La Pensée Sauvage. <https://hal.science/hal-02514378/document>
- Chevallard, Yves, Bosch, Marianna y Gascón, Josep (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori, Universitat de Barcelona.
- David, Claudia, Jaller, Ariel y Outón, Verónica. (2019). ¡Clac! Carpeta con gancho. Matemática 6. Buenos Aires: Santillana.
- Effenberger, Pablo. (2016). *Matemática I. Primera edición para el alumno*. CABA: Estación Mandioca.
- Fregona, Dilma, Orús, Pilar, Coulange, Lalina y Train Grégory (2023). Le CRDM Guy Brousseau, un bon outil pour ressourcer l'activité du chercheur en didactique des mathématiques. Aurélie Chesnais, Hussein Sabra. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2021, pp. 65-91, IREM de Paris, 978-2-86612-406-9. <https://hal.science/hal-04030165>

Kurzrok, Liliana (coord.), Altman, Silvia, Arnejo Mabel y Comparatore, Claudia. (2017). *Matemática 1. Tinta Fresca*. Buenos aires: Arte Gráfico Editorial Argentino.

Sierra Delgado, Tomás Ángel (2006). Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes. Tesis. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Educación. Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Madrid

