



Una investigación de Situaciones de Comunicación en el Nivel Superior: interacciones que grupos emisores y receptores establecen cuando se incorpora el GeoGebra al medio didáctico

Rafael Adrián Cornejo Endara*

Introducción

Este capítulo tiene como objeto presentar algunos tópicos del trabajo que estoy realizando en el marco de la tesis de la maestría en procesos educativos mediados por tecnología, perteneciente a la Facultad de Ciencias Sociales de la Universidad Nacional de Córdoba, titulado “Un análisis de Situaciones de Comunicación que incorporan el software GeoGebra al medio didáctico. Un estudio de casos en la formación de profesores de nivel inicial y profesores de nivel primario”, dirigida por el Dr. José Nicolás Gerez Cuevas y codirigida por el Mg. Aníbal Darío Giménez.

Dicho trabajo pretende indagar sobre los efectos de la incorporación del GeoGebra en el medio didáctico. Para esto, se planteó el siguiente objetivo general: “Analizar situaciones de comunicación mediadas por el software GeoGebra en el estudio de propiedades de figuras geométricas en el marco del “área de Matemática” en la formación inicial de profesores de Nivel Inicial y Primario”. La metodología que utilizamos para este estudio es cualitativa, y se diseñó una propuesta de trabajo que consta de generar mensajes para la reproducción de dos rosetones (adaptado de Venant, F. y Venant, P., 2014) presentados en el entorno del software GeoGebra que se desarrolló con estudiantes de la asignatura matemática del profesorado de nivel primario y del profesorado de nivel inicial del Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur, en la ciudad de Bahía Blanca.

* Maestría en Procesos Educativos Mediados por Tecnología, CEA, FCS, UNC - Departamento de Matemática / Departamento de Ciencias de la Educación, UNS / rcornejo@uns.edu.ar

Así, a lo largo de este capítulo el lector se encontrará con una breve descripción del proyecto de tesis en desarrollo: una breve fundamentación de la propuesta de investigación, cómo fue implementada la misma -lo cual permitió poner en situación a los estudiantes-, una argumentación de porqué se seleccionó la actividad, una descripción de la sistematización de los datos recolectados en campo y, finalmente, unos primeros análisis de los datos.

¿Por qué un estudio de estas características?

Esta investigación invita a realizarnos preguntas cuyas respuestas intentan ofrecer algunos aportes a la enseñanza de la geometría mediada por la utilización de medios didácticos alternativos a las prácticas de enseñanza habituales. En tal sentido, nos preguntamos ¿qué procesos de enseñanza se producen a través de la utilización de software de geometría dinámica? ¿por qué es importante abordar esta cuestión en la formación inicial de profesorado de nivel primario y el profesorado de nivel inicial?

Respecto a estas cuestiones diversos autores como Acosta (2007), Villarreal (2012) y Serres (2013) advierten que las tecnologías al ser utilizadas en la educación modifican el objeto de estudio. En palabras de Balacheff (2000):

La introducción del software educativo, del tipo que sea, hace que la situación de enseñanza y aprendizaje sea mucho más compleja desde un punto de vista didáctico porque un sistema informático es, ante todo, la materialización de una tecnología simbólica (p. 106)

Por su parte el Diseño Curricular para la Educación Primaria, de la Provincia de Buenos Aires, insta a los docentes de este nivel a generar propuestas que permitan incorporar estas tecnologías en el estudio de la geometría. Específicamente, entre las situaciones de enseñanza para esta área, plantea: “Proponer la utilización de un software de geometría dinámica para explorar los problemas planteados.” (p. 157)

Sin embargo, es compleja la integración de propuestas del diseño curricular para el nivel primario en relación con el uso de tecnologías digitales en el estudio de la geometría en la práctica docente. En parte, eso sucede porque, como dice Balacheff (2000): “El profesorado difícilmente

será capaz de introducir estas tecnologías en su práctica diaria sino está bien informado sobre todos los aspectos que pueden determinar su lugar y su papel preciso en un proceso didáctico” (p. 106).

Abordaremos en este estudio problematizando la formación inicial de los docentes. El trabajo se desarrolla a partir del estudio de caso de estudiantes del primer año de las carreras de Profesorado de Nivel Primario y la de Profesorado de Nivel Inicial, pertenecientes al Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur de la ciudad de Bahía Blanca. Particularmente estos profesorados cuentan en su plan de estudio con la asignatura Matemática, en la cual una de sus unidades didácticas se centra en el estudio de la geometría.

El propósito principal de la presente investigación es comprender en forma sistémica qué sucede en las aulas de matemática de nivel superior cuando se incorporan propuestas didácticas que incluyen el software GeoGebra. Estudiar estas cuestiones nos permitirá como docentes en el futuro generar estrategias de enseñanza que permitan una mejor apropiación de los contenidos por parte de las estudiantes de los profesorados mencionados.

¿Por qué este estudio? Hay dos cuestiones que nos llevaron a elegir este tema. Por un lado, las dificultades de las estudiantes en situaciones que involucran conocimientos geométricos y cómo desde la labor docente se puede mejorar esta situación. Por otro lado, hemos visto en los últimos años cómo las TIC han emergido en el estudio de la matemática en general y en la geometría en particular; pero poco sabemos de los efectos de la incorporación de las mismas en los procesos de estudio de esta área de conocimiento en la formación inicial de los Profesores de Nivel Primario e Inicial.

Este trabajo pretende indagar sobre las características de los procesos de enseñanza y de aprendizaje del copiado de figuras planas cuando se incorporan al medio didáctico herramientas digitales. Esta investigación trabaja constituye un análisis sistémico de los quehaceres matemáticos que se desarrollan en un aula de matemática de nivel superior, en particular, aulas del profesorado de nivel primario y del profesorado de nivel inicial al utilizar el GeoGebra como una herramienta mediadora en las propuestas educativas que implican el copiado de figuras planas. La escasa bibliografía encontrada para la formación en estos niveles educativos

convierte a esta investigación en novedosa respecto a las producciones en el área de la didáctica de la matemática.

Nos hemos planteado para este trabajo las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son las características particulares de los mensajes en situaciones de comunicación, cuando se incorpora el software GeoGebra al medio didáctico?
- ¿Qué tipos de interacciones realizan los grupos emisores con las figuras cuando se incorpora al medio didáctico una herramienta tecnológica?
- ¿Qué tipos de interacciones realizan los grupos receptores con las figuras cuando se representan utilizando el software GeoGebra?
- ¿Qué tipo de control y validación sobre los mensajes en situaciones de comunicación viven en las clases de geometría cuando se incorpora al medio el software GeoGebra?
- ¿Qué decisiones toma el docente en sus posiciones como creador del medio y como profesor enseñando?

Aunque esta es una investigación que realiza estudios de casos particulares, se espera como resultado una visión de los procesos que son llevados adelante en la clase cuando las propuestas integran mediaciones tecnológicas. Además, se pretende reconocer cómo estas últimas afectan los procesos en el aula y modifican los quehaceres propios de la matemática. Ello brindará sustentos a la generación de posibles secuencias tendientes a fortalecer y mejorar la matemática educativa y la integración de las TIC a los procesos de estudio de esta disciplina.

Con estos interrogantes se planteó el siguiente objetivo general de investigación:

- Analizar situaciones de comunicación mediadas por el software GeoGebra en el estudio de propiedades de figuras geométricas en el mar-

co del “área de Matemática” en la formación inicial de profesores de Nivel Inicial y Primario

Para alcanzar la concreción de este objetivo, se propusieron los siguientes objetivos particulares:

- Identificar características de situaciones de enseñanza con el Software GeoGebra al constituirse como parte del medio didáctico, en situaciones de comunicación.
- Describir las interacciones que los grupos emisores establecen con las figuras cuando se incorpora al medio didáctico el software GeoGebra.
- Describir las interacciones que los grupos receptores establecen con las figuras cuando se incorpora al medio didáctico el software GeoGebra.
- Describir el medio con el que interactúa el profesor en las actividades vinculadas a planificación y gestión de clases en las que se incorpora software de geometría dinámica.
- Reflexionar sobre qué aportes puede producir la mediación del software GeoGebra en el estudio de la geometría y de su enseñanza en la formación docente inicial.

El propósito de este estudio es indagar sobre los quehaceres matemáticos en general y geométricos en particular, que estudiantes del profesorado de nivel inicial y del profesorado de nivel primario ponen en juego a la hora de resolver tareas de copiado de figuras. Particularmente, nos centraremos en analizar las tareas orientadas a generar mensajes para que un otro realice una copia de un dibujo mediadas por el software GeoGebra.

Teniendo en cuenta el objetivo general de esta investigación, consideramos que de los cuatro tipos de alcances propuestos por Hernández Sampieri et al. (2006), el trabajo se encuadra en el descriptivo ya que “se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de per-

sonas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis” (p. 101).

A su vez adherimos a la visión antropológica de la didáctica de la matemática que plantean autores tales como Chevallard et al. (1997), quienes consideran que los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática deben ser estudiados a partir de analizar las comunidades donde se producen. Esta concepción nos lleva a considerar para nuestra investigación el Diseño Etnográfico “de corte transversal”, ya que como sostienen Hernández Sampieri et al. (2006), este tipo de investigaciones implican estudiar un grupo determinado: en este caso, la comunidad de estudio de una clase específica del profesorado de nivel inicial y primario de la Universidad Nacional del Sur, en un momento particular de dicho grupo de estudiantes, dejando de lado procesos interaccionales o procesos a través del tiempo.

Tanto en las preguntas formuladas como en los objetivos general y particulares hemos utilizado el concepto de medio. Es por esto que, en la próxima sección, intentaremos brindar una aproximación teórica que permita traer luz al sentido que tiene este constructo en nuestra investigación.

¿Qué entendemos por medio y cómo fue estructurado?

La noción de medio que adoptamos es la desarrollada por la Teoría de Situaciones Didácticas propuesta por Guy Brousseau a comienzos de la década de 1970. Desde esta teoría entendemos por situación a un modelo de interacción de un individuo con un medio externo a él. Al respecto, Brousseau (2007) sostiene que: “La situación, es entonces, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta” (p.17). Es así que la situación se constituye para el docente como un instrumento sobre la que actúa para lograr un aprendizaje en los alumnos.

Esta idea de situación nos obliga a caracterizar la noción de medio, ya que este se constituye junto al de situación en uno de los conceptos centrales de la teoría. Siguiendo a Fregona y Orús Báguena (2013), podemos caracterizar el medio como aquello que:

- Existe en toda situación de enseñanza, aunque sus funciones pueden variar, constituyéndose en verdaderas herramientas que permiten el aprendizaje de los alumnos; o sólo como un anexo que no impacta realmente en el aprendizaje. Los medios pueden ser materiales, tecnológicos u otros actores, ya sean docentes o alumnos.
- Es exterior al individuo, por lo que se puede distinguir entre un medio para el alumno y un medio para el profesor: como las interacciones con el medio son diferentes para cada individuo, es factible hablar de medios.
- Dependiendo de la situación, puede que el alumno interactúe directamente con el medio mientras que en otras las interacciones pasan por el profesor, sus indicaciones y expectativas.

A partir de estos dos conceptos básicos, la Teoría de Situaciones Didácticas ha logrado caracterizar distintos tipos de situaciones como son las de acción, comunicación y validación. Cada una de ellas se distingue por la relación que establece el sujeto con el medio, con objetivos diferentes. Así pues, las situaciones de comunicación sobre las que versó los estudios realizados por Brousseau tenían como objetivo principal que el alumno adquiriera un lenguaje matemático en los primeros años de escolaridad. En nuestro caso, la finalidad es analizar cómo se ven afectados los mensajes cuando se incorpora el software GeoGebra al medio.

Estas situaciones de comunicación de figuras tienen “por finalidad exigir a un sujeto formular un mensaje a otro sujeto para cooperar en el control de un medio que no es exactamente el mismo para ambos” (Fregona, D. y Orús Báguena, P, 2013, p.41). En este tipo de situaciones se reconocen:

- El medio, constituido por colecciones de figuras, objetos de la vida cotidiana, y/o enunciados.
- Un grupo de alumnos que cumplen el rol de emisores, quienes producen los mensajes y tendrán a su disposición los medios materiales para realizar

las indicaciones de cómo realizar la figura, pudiendo actuar sobre dichos medios.

- El mensaje cuya característica principal es ser escrito y no poder contener representaciones gráficas ni esquemas.
- Un grupo de alumnos que cumple el rol de receptores, que no interactúan con la representación gráfica sino únicamente con los mensajes realizados por sus compañeros, en posición de emisores, teniendo dicho grupo la posibilidad de repreguntar.

A partir de estas ideas intentaremos explicitar en la media de lo posible cómo fue desarrollada la experiencia de investigación en esta ocasión. En el caso particular de este trabajo, se pensó en una situación de comunicación para indagar qué efectos tiene la incorporación del software GeoGebra al medio didáctico en los discursos que producen los alumnos al comunicar figuras planas. Podemos sintetizar la situación particular con el siguiente esquema (Imagen 1):



Imagen 1. Título: Esquema de situación de comunicación.

Fuente: (Cornejo Endara, 2022)

Aquí podemos observar una síntesis de cómo fue llevada adelante la situación de comunicación. Enfatizando el lugar que ocupó el software GeoGebra en esta implementación, se distinguen: los grupos Emisores -a los cuales se les presentó el enunciado de la actividad e interactúa con el software GeoGebra-, el mensaje escrito solicitado y los grupos Receptores, que en la interacción con el mensaje y el software tenían la misión de realizar una representación 2D del mensaje recibido.

El grupo en cuestión donde se implementó esta situación tiene la particularidad de formar parte de un curso intensivo de verano. Esto implica que son estudiantes que están cursando por segunda vez la unidad curricular Matemática, correspondiente al profesorado de nivel Primario y al profesorado de nivel Inicial. El alumnado no supera los cincuenta estudiantes. El cursado se desarrolló durante los meses de enero y febrero del año 2023. La cátedra está a cargo de dos docentes: un profesor y un ayudante A (ayudante recibido). La modalidad intensiva implica que se cursa todos los días en una extensión de seis semanas, con una carga horaria de dieciséis horas semanales, distribuidas en dos clases de cuatro horas, dos clases de tres horas y una clase de dos horas.

El espacio físico donde se llevó adelante la actividad corresponde a un aula perteneciente al Departamento de Ciencias de la Educación, que tiene una capacidad para ciento cincuenta estudiantes, cuya distribución permite la división en dos sectores, como se puede observar en la siguiente imagen (Imagen 2), extraída del diario de campo.

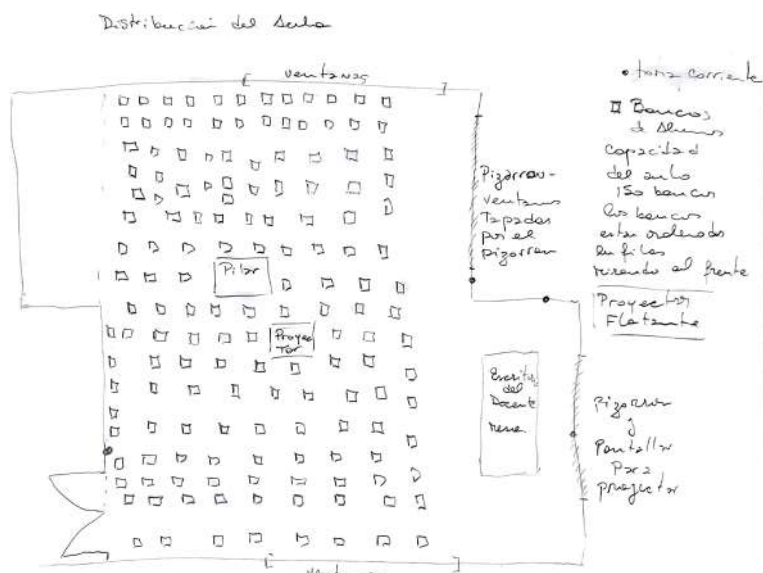


Imagen 2. Título: Croquis distribución del espacio de trabajo.

Fuente: Diario de campo.

Esta distribución del espacio benefició la dinámica requerida para las situaciones de comunicación, ya que esta división limitaba naturalmente el intercambio directo entre los grupos emisores y receptores. Así podemos observarlo en el siguiente croquis (Imagen 3) correspondiente a la distribución espacial de las estudiantes durante la primera sesión de trabajo, donde podemos ver que los subgrupos se ubicaron en los dos sectores del aula respecto del pilar.

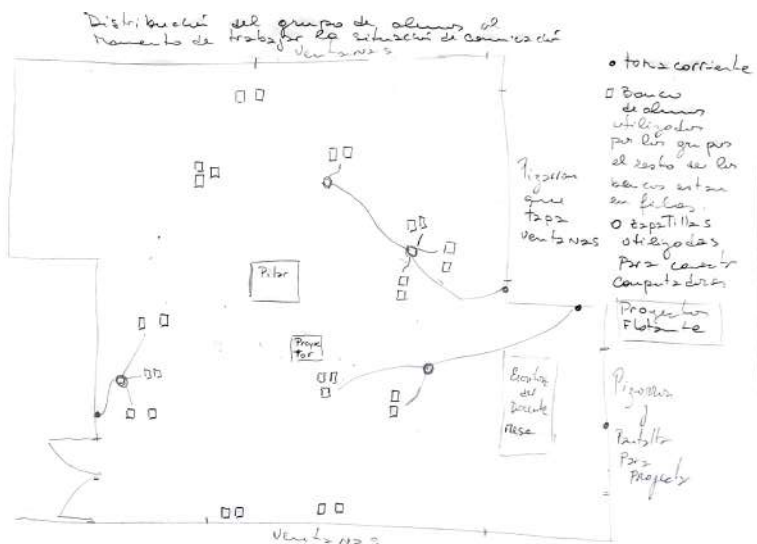


Imagen 3. Título: Croquis distribución del espacio de trabajo en situación de comunicación. Fuente: Diario de campo.

La institución cuenta con un total de dieciocho notebooks que se pusieron a disposición de las estudiantes, que podían reagruparse ya que los bancos utilizados son individuales, reorganizando así el espacio áulico. El único inconveniente que se presentó al momento de utilizar las computadoras fue la escasez de tomacorrientes, que permitía que los subgrupos emisores estén alejados unos de otros. En algunos casos las computadoras tenían que estar conectadas a prolongadores-zapatillas para su funcionamiento (como se puede ver en la imagen 3).

Para la actividad de comunicación se dispuso de dos días de clase en el que se propusieron sesiones de tres horas de trabajo. Estas sesiones se organizaban en torno al trabajo con dos rosetones, en adelante R1 y R2. El alumnado se distribuyó en siete grupos conformados entre 4 y 5 estudiantes, en adelante G1, G2, G3, G4, G5, G6 y G7. A su vez, los grupos fueron divididos en dos subgrupos: emisores, en adelante E, y receptores, en adelante R. Así, podemos reconocer subgrupos dependiendo de la posición y el rosetón asignado, por ejemplo, G1ER1.

Los grupos se establecieron como emisores y receptores en forma paralela y simultánea, ubicándose en el aula a cada lado del pilar de la misma, tal como muestra la imagen anterior. A la derecha del pilar se conformaron los subgrupos emisores del rosetón 1, y a la izquierda se ubicaron los que serían emisores del rosetón 2.

Se dio acceso a los archivos de GeoGebra con el Rosetón de 8 pétalos (Rosetón 1, Imagen 4) y al Rosetón de 4 pétalos (Rosetón 2, Imagen 5) a los distintos subgrupos, por medio del aula virtual, alojada en un Moodle institucional. En ambos casos el enunciado fue: En la Vista Gráfica 2 realizar un dibujo similar al que se observa y generar un mensaje escrito para que sus compañeros de equipo puedan realizar dicho dibujo.

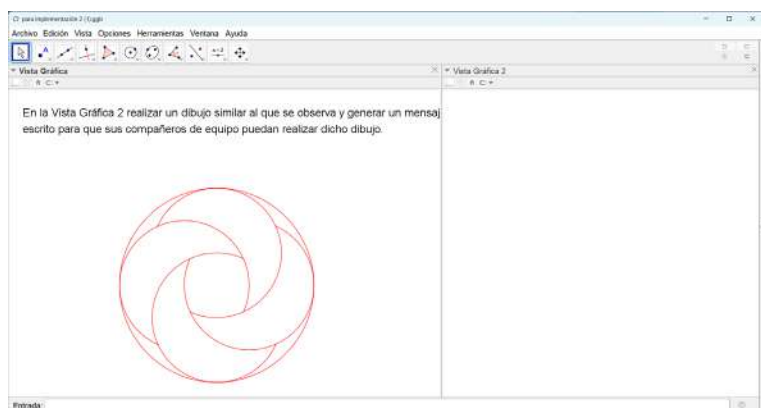


Imagen 4. Título: Rosetón de cuatro pétalos.

Fuente: Elaboración propia.

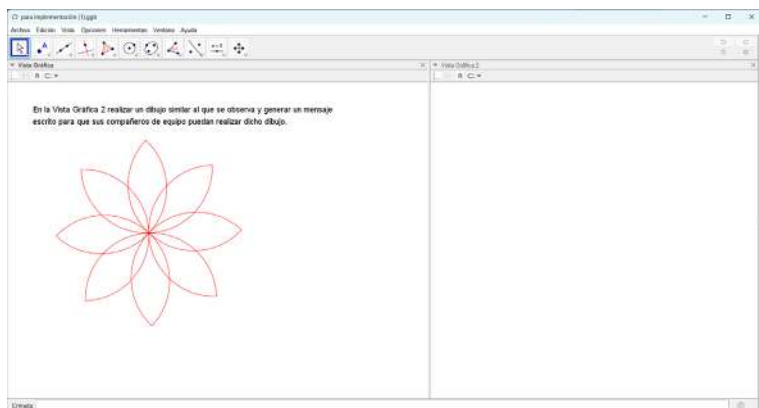


Imagen 5. Título: Rosetón de ocho pétalos. Fuente: Elaboración propia.

El enunciado de la actividad (medio con el que interactúan las alumnas en posición de emisoras) busca, en un primer momento, que las mismas interactúen con la figura asignada para explorar posibles construcciones, para luego, en un segundo momento, generar un mensaje que permita la reproducción del dibujo por el grupo receptor. La utilización de la frase “un dibujo similar” fue utilizada dado que al construir la figura en la Vista Gráfica 2 no queda necesariamente congruente. Esto es así porque no se tiene control respecto de la escala con la que se está trabajando en dicha Vista. Si el proceso es correcto da como resultado una figura semejante a la original, lo que imposibilita la validación por superposición, técnica que se utiliza habitualmente cuando la actividad se realiza en papel.

Cabe aclarar que el dibujo que se ve de los rosetones es una imagen importada al entorno de GeoGebra, por lo que las alumnas no tienen acceso al protocolo de construcción de esta ni permite utilizar herramientas tales como intersección, punto en objeto o comandos tales como centro de la circunferencia. A su vez, se editó la barra de herramientas del software para no permitir la utilización de ciertas herramientas entre las que se encontraban las referida a medidas. Esta última restricción fue impuesta por el docente ya que limita las interacciones que los estudiantes pudieran realizar con dicho dibujo, obligando a las estudiantes a analizar los dibujos recibidos para así proponer formas posibles de copiado que luego se transformarán en los mensajes que enviarán a su contraparte receptora.

También se les indicó en forma oral a las alumnas que debían registrar toda la actividad por medio del programa *OBS studio*. Este software permite grabar la actividad realizada en la pantalla mientras registra el audio capturado por el micrófono de la computadora. Debido al tamaño de los archivos se les pidió a las alumnas que subieran esos videos a una carpeta de Google Drive al finalizar cada sesión de trabajo. Estos archivos debían estar bajo el nombre de las integrantes del grupo. En el caso de los archivos producidos en el entorno de GeoGebra, se dispuso en el Moodle institucional un espacio de entrega por estudiante donde debían subir dicha producción al finalizar cada sesión de trabajo. Así, en algunos casos se obtuvo más de un archivo donde se aprecian distintos trabajos de exploración.

En cuanto a los mensajes escritos por los emisores, estos fueron realizados en papel y recolectados por los docentes al finalizar la primera sesión de trabajo. Luego, fueron reentregados a los grupos en la segunda sesión para que puedan seguir trabajando en ellos. En algunos casos, las estudiantes realizaron más de un texto con indicaciones para la reproducción del dibujo, siendo éstas quienes decidieron cuál de las versiones sería entregada a su parte receptora. Los textos desestimados por las alumnas fueron recolectados por los docentes y guardados como parte del material de campo.

Durante las sesiones los docentes recorrieron el aula interviniendo sólo en los casos de consulta respecto a la utilización de algunas herramientas del software y cumpliendo funciones de “cartero”: una vez que los grupos en posición de emisores tenían el mensaje, los docentes alcanzaban dichos mensajes al grupo receptor, evitando así que las alumnas pudieran interactuar en forma oral y pasar más información que la escrita en las indicaciones. Sin embargo, se les permitió a los grupos en posición de receptores realizar preguntas por escrito sobre las indicaciones recibidas y solicitar a los docentes que alcancen dichas preguntas al grupo en posición de emisor de esa figura. Este proceso de repregunta podía hacerse las veces que consideraran necesario. También, se les aclaró en forma oral a los grupos que en los mensajes no podía haber representaciones gráficas o esquemas, teniendo que limitarse a generar un texto.

Una vez finalizada la actividad en los grupos luego de cuatro horas y medias, se llevó a cabo una socialización de las construcciones realizadas por los grupos. Para la concreción de esta instancia se invitó a los grupos

a que lean el mensaje realizado, mientras una compañera del grupo seguía dichas instrucciones en una computadora conectada a un proyector para permitir que el resto del grupo clase pudiese seguir dicho protocolo. También en esta etapa se dio lugar a discusiones tendientes tanto a la utilización del vocabulario que figuraba en los protocolos, así como a la validación de las producciones por parte del grupo clase.

¿Por qué Rosetones?

Comenzaremos esta sección con unas ideas de Duval, R. (2016) que como investigador han sido fuente de inspiración:

- “Ver una figura en geometría exige disociar lo que corresponde a la magnitud [...] de lo que corresponde a las formas distinguidas, que son independientes de la escala de magnitud”. (pág. 13)
- “Pasar de la visualización icónica, que es común a todos los campos de conocimiento, a la visualización no icónica, que es específica de la matemática, exige un cambio completo del funcionamiento cognitivo del acto de “ver””. (pág. 26)
- “La manera matemática de ver las figuras consiste en descomponer cualquier forma distinguida, es decir, reconocida como una forma $nD/2D$, en unidades figurales de un número de dimensiones inferior al de esta forma.” (pág. 28)

A partir de estas ideas y teniendo en cuenta lo expuesto por Venant, F. y Venant, P. (2014) quienes sostienen que:

-“desde el punto de vista de la devolución, la experiencia muestra que los alumnos se sienten atraídos por su aspecto tanto lúdico como estético”

-“es muy relevante desde el punto de vista de la deconstrucción dimensional porque tiene un contorno cerrado. Se presta naturalmente a una visión icónica en 2D” (p.8, traducción propia)

A su vez como docentes, hemos observado que para las estudiantes no es natural ni intuitivo el trabajo con circunferencias, más allá de conocer su definición formal: “Dado un punto O y un segmento R de, el conjunto de puntos p de tales que es congruente con R .” (Tirao, J., 1979, p. 35,). Quizás esto ocurre ya que en sus concepciones persisten nociones de la misma que no son necesariamente las correspondientes al área de la matemática. Es decir, es común que los estudiantes ante la pregunta que es una circunferencia recurran a nociones tales como:

- Figura que no tiene vértices.
- Figura con lados redondeados.
- Figura redonda, o disco

También hemos observado repetidas veces que no es clara la diferencia entre círculo y circunferencia: para los estudiantes estas dos nociones son una misma cosa. Así mismo aun después de un trabajo con las circunferencias se suele dar el caso que al trabajar con estas figuras los estudiantes tiene alguna resistencia o dificultad en reconocer cuáles son las informaciones necesarias para comunicar estas figuras: a la hora de comunicar la construcción de las circunferencias es habitual que no comuniquen, ya sea el centro o el radio de la misma.

Es entre otras razones además de las antes expuestas por lo que se optó en esta situación de comunicación por la actividad con los rosetones. Comunicar instrucciones para su construcción exige en un primer momento por parte de los emisores la deconstrucción de las imágenes 2D/2D en imágenes 1D/2D, esto es, dejar de ver las figuras como una superficie a verla como un entramado de líneas, para finalmente deconstruir las líneas hasta una configuración de puntos (0D/2D). A su vez, la forma de acceder a estas deconstrucciones no es necesariamente única, es decir, hay más de una posibilidad de descomponer la figura para luego generar un mensaje que permita a un otro la reconstrucción de la figura en cuestión.

Para ejemplificar una de estas posibilidades utilizaremos el rosetón 2 (Imagen 6). Este es el dibujo que se les presentó a las estudiantes en el entorno de GeoGebra. Como ya se mencionó, el mismo fue incrustado como imagen para evitar que las estudiantes puedan acceder al protocolo

de construcción que brinda el software. A su vez esto limitó las acciones que permite realizar el software con el dibujo ya que, por ejemplo, no se pueden usar comandos tales como intersección o punto en objeto.

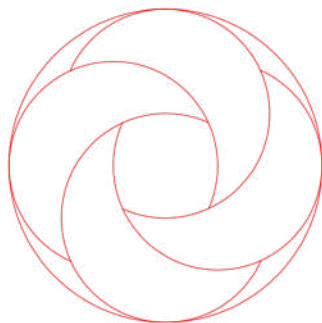


Imagen 6. Título: Rosetón de cuatro pétalos. Fuente: Elaboración propia.

Una primera aproximación que permita generar un mensaje para a la reconstrucción de este rosetón puede ser mediante la determinación de los puntos de tangencia entre las diferentes circunferencias con la circunferencia exterior. En la Imagen 7 son los representados con las letras T, V, Z, B₁ que, como se logra observar, se pueden interpretar como los vértices de un cuadrado. A su vez, podemos observar que las rectas y son diagonales de este cuadrilátero. La intersección de estas rectas determina el centro de la circunferencia exterior. Para poder trazar cada circunferencia, cuyos arcos constituyen los cuatro pétalos del rosetón, es necesario determinar cuál es el centro de estas y cómo ubicarlos. En el caso de este rosetón los mismos conforman los vértices de otro cuadrado el D₁ E₁ F₁ H₁.

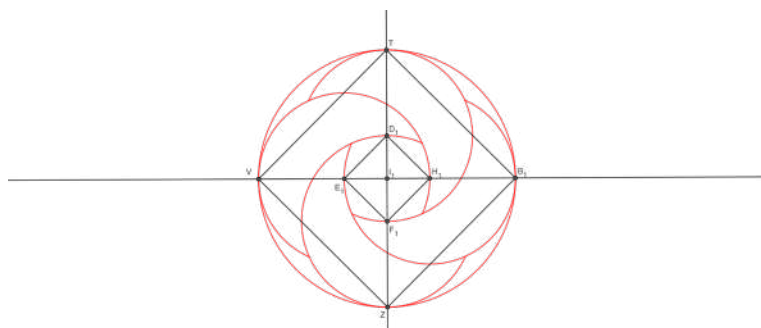


Imagen 7. Título: Rosetón de cuatro pétalos con trazos auxiliares.
Fuente: Elaboración propia.

Una vez determinado este grupo de puntos, para la reconstrucción de la figura faltan determinar los puntos necesarios para indicar qué arcos de circunferencia son necesarios marcar. Este proceso nos da un conjunto de puntos, cuya representación 0D/2D la podemos observar en el siguiente gráfico (Imagen 8):

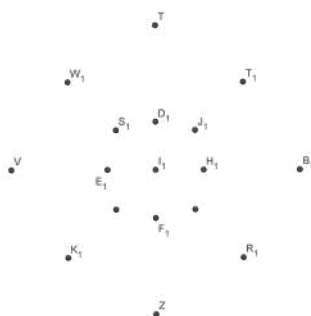


Imagen 8. Título: Representación 0D/2D del Rosetón de cuatro pétalos.
Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, se puede lograr la reconstrucción de la figura indicando la ubicación de estos diecisiete puntos, y para mantener la proporción de la figura basta con reconocer que los segmentos r y R son congruentes. Este último análisis del dibujo nos permite reconstruir el dibujo presentado. Esta

tarea de generar un mensaje para su construcción nos obliga a trabajar con la figura, determinando ciertas propiedades cuyo análisis excede el simple copiado del dibujo, instando a las estudiantes a un trabajo demandante en términos de visualización. Se avanza así desde una mirada ingenua del dibujo al análisis de sus propiedades.

Así podemos ver que en términos de la deconstrucción dimensional la tarea de “copiado” de este rosetón se puede calificar de buena.

A continuación, y a modo de ejemplo, expondremos un posible protocolo de construcción, el cual responde a la exploración de este Rosetón de cuatro pétalos realizada anteriormente. Cabe mencionar que este no es el único protocolo factible de ser realizado y que el mismo responde a un análisis realizado a la figura.

Protocolo de construcción del Rosetón de cuatro pétalos:

- 1) Trazar una recta l
- 2) Trazar la recta r perpendicular a la recta l
- 3) Sea P el punto de intersección entre las rectas l y r
- 4) Con centro en P trazar una circunferencia de radio arbitrario.
- 5) Determinar los puntos de intersección de con la recta r .
- 6) Determinar los puntos de intersección de con la recta l .
- 7) Nombrar a los puntos de paso 5 y 6 ABCD en sentido antihorario.
- 8) Trazar la circunferencia con centro en B y radio congruente con $()$
- 9) Sea E el punto de intersección de con la recta l
- 10) Trazar con centro en P y radio congruente a la circunferencia
- 11) Trazar las circunferencias, y

- 12) Sean y los puntos determinados por la intersección de r y l , en el semiplano determinado por r que contiene al punto E
- 13) Sean y los puntos de intersección de las circunferencias r y l , en el semiplano determinado por r que contiene al punto D
- 14) Sean y los puntos de intersección de las circunferencias r y l , en el semiplano determinado por l que contiene al punto A
- 15) Sean y los puntos de intersección entre las circunferencias r y l , en el semiplano determinado por l que contiene al punto C
- 16) Trazar el arco de circunferencia r que contiene al punto C
- 17) Trazar el arco de circunferencia l que contiene al punto D
- 18) Trazar el arco de circunferencia l que contiene al punto A
- 19) Trazar el arco de circunferencia r que contiene al punto E
- 20) Ocultar las construcciones del paso 1 al 9 y del paso 11 al 16

Para finalizar este apartado podemos señalar que el trabajo con estos rosetones tiene el potencial de movilizar en los estudiantes otras nociones de circunferencias dependiendo del protocolo de construcción que se realice. Nos referimos, por ejemplo, a la posibilidad de estas figuras a ser trabajadas con simetrías, lo que permite a los estudiantes trabajar con la noción de circunferencia como única figura estable por simetrías y rotaciones. También, como hemos visto particularmente en el protocolo anterior, la reproducción del rosetón de cuatro pétalos permite la articulación de otras figuras, como el cuadrado, y de nociones como rectas perpendiculares y punto medio, entre otros. A su vez, diversas construcciones movilizarán distintas nociones de circunferencia.

En el próximo apartado veremos expuestas algunas de las decisiones que como investigadores hemos tomado a la hora del procesamiento de los datos empíricos para facilitar el trabajo con los mismos, a qué herra-

mientas informáticas hemos recurrido para esta organización y cuál es la ventaja que observamos en esta decisión asumida.

¿Cómo estamos procesando los datos?

De la implementación de esta secuencia, se obtuvieron distintas fuentes cuya triangulación permitirán el análisis de lo acontecido en el estudio de caso. Hemos obtenido como material de campo videos, textos realizados por las estudiantes y archivos de GeoGebra donde se registraron las interacciones que las mismas efectuaron con los rosetones propuestos. Hemos recolectado más de treinta horas de grabación, donde se registran tanto las interacciones de los emisores como de los receptores con los rosetones, que incluye los diálogos que mantenían durante esas interacciones a la hora de reconstruir la figura asignada con el software. Se conservan catorce textos que contienen los mensajes de los emisores y las interacciones con los receptores en formato papel, escaneados para tener un acceso más inmediato. Por último, se obtuvieron más de catorce archivos de GeoGebra con las producciones tanto de los grupos emisores que realizaron exploraciones con el rosetón previa a la generación del mensaje, como de grupos receptores donde se puede observar la decodificación de los protocolos de construcción enviados por los emisores.

El caudal de fuentes empíricas, producto de la implementación, requirió pensar alguna estrategia para su organización, y poder comenzar con el proceso de análisis y su sistematización. Así fue como se optó por la realización de una tabla (ver Tabla 1) en la que se consignaron las siguientes categorías:

1. Grupo N.º: Es la denominación que se utilizara para resguardar el anonimato de las estudiantes.
2. Integrantes: En esta columna figuran los nombres con los apellidos de los integrantes de los grupos por si es necesario contactarlos y nos sirve para distinguir que archivos corresponden a cada grupo ya que los mismos fueron subidos al Google drive (en el caso de los videos) y al Moodle (en el caso de los archivos de GeoGebra).

3. Posición de Receptor: En esta columna están los videos y archivos de GeoGebra generado por los miembros de los grupos en posición de receptores.

4. Posición de Emisor: En esta columna están los videos, archivos de GeoGebra y Mensajes enviados, así como las interacciones de éstos con los grupos receptores.

Observaciones: esta columna se reservó por si es necesario incorporar alguna otra información relevante para la investigación en curso.

Grupo	Equipo	Receptor	Emisor	Observaciones
Grupo 1	XXXXXX XXXXXX	Rosetón 1 G1RR1 GeoGebra Video	Rosetón 2 G1ER2 GeoGebra Video Mensaje	
	XXXXXX XXXXXX	Rosetón 2 G1RR2 GeoGebra Video	Rosetón 1 G1ER1 GeoGebra GeoGebra Video 1 Video 2 Mensaje	
Grupo 2	XXXXXX XXXXXX	Rosetón.1 G2RR1 GeoGebra Video	Rosetón 2 G2ER2 GeoGebra Video Mensaje	
	XXXXXX XXXXXX	Rosetón 2 G2RR2 GeoGebra Video	Rosetón.2 G2ER1 GeoGebra Video 1 Video 2 Mensaje	

Tabla 1. Título: Organización de grupos y subgrupos emisores y receptores.

Fuente: Elaboración propia.



Como se puede ver en la tabla del ejemplo anterior, a cada grupo le corresponden dos filas ya que se los dividió para que pudieran interactuar con el Rosetón 1 y el Rosetón 2, ya sea como emisores o receptores de los mensajes. Para un acceso más fluido a las fuentes, en la tabla se pusieron hipervínculos que permiten desde la misma acceder a los registros de los diferentes materiales recolectados. Esta forma de sistematización de las fuentes empíricas permite realizar los análisis del material recolectado. La denominación de los grupos permite hacer una rápida referencia a cada uno de los mismos, pudiendo recuperar información relevante para el trabajo, tales como en qué rosetón trabajan y en qué posición dentro de la situación de comunicación están, es decir, si son receptores o emisores de los mensajes.

En el apartado siguiente se presentan unos primeros avances en el proceso de análisis de los datos documentales recolectados, particularmente se analizan las producciones del grupo 1 y se presentan una primera categorización de las producciones de dichas alumnas.

¿Qué hemos encontrado hasta el momento en los mensajes producidos por las alumnas?

Para este análisis se cuenta con tres fuentes referidas al trabajo realizado por el Grupo 1: videos de los subgrupos, archivos de GeoGebra y los mensajes escritos, donde se observan interacciones entre G1ER2 y G1RR2.

Al momento del escrito hemos podido observar en los mensajes de las estudiantes las siguientes cuestiones:

- Indicación de tareas que suelen aparecer en el discurso geométrico tales como “Trazar una recta”, y otras que aparecen en la mediación con el GeoGebra tales como “ocultar los puntos que aparecieron”.
- Referencia a la utilización de herramientas propias del GeoGebra tales como “Utilizando Centro y Punto”, haciendo referencia a la herramienta compás del software.
- En el caso de G1E, observamos que en su discurso los puntos son notados con letras mayúsculas encerrados en un círculo $\textcircled{A}$. Esta notación

aparece espontáneamente ya que en clases previas el docente había indicado que los puntos serían notados con letra imprenta.

- Expresiones del tipo “Deberán marcar un punto nuevo en la recta que pase a una distancia que sea un poco más de la mitad de cualquiera de los cuatro puntos anteriormente colocado al que llamarán $\textcircled{F}$ ”. Esto nos hace pensar en una acción guiada por la percepción, ya que en vez de trazar la circunferencia para que luego el punto C sea el determinado por la intersección de la recta con la circunferencia, se indica que debe ubicar el punto de tal modo que se cumpla que el punto C pertenece a la circunferencia y a la recta. Aunque no se especifica en el mensaje, en el archivo de GeoGebra podemos observar que el punto C al que hacen referencia es la intersección de una circunferencia centrada en A con radio y la recta AB.

- Observamos expresiones que hacen referencia a la utilización de herramientas para construir ciertos objetos tales como “con la herramienta ‘intersección’ entre circunferencia y mediatriz encontrar dos puntos nuevos a los que llamarán $\textcircled{E}$ y $\textcircled{D}$ ”; en estas expresiones se puede observar una mediación del GeoGebra ya que hacen referencia a las herramientas propias del Software. Mientras que en expresiones del tipo “Deberán trazar la mediatriz del segmento ” no se hace referencia al software sino es una expresión que se puede encontrar en la bibliografía de geometría sin utilización del software.

- “una vez realizada la circunferencia la pinchan en $\textcircled{D}$ ” o “con el radio la nueva circunferencia deberá intersectarse con el punto E en donde pincharan para que esta se intersecte encontraran un nuevo punto al que llamarán $\square$ ”: este discurso nos hace pensar en que están utilizando características propias del GeoGebra ya que deslizan el centro de la circunferencia al punto que indican con $\textcircled{H}$ y no construyen a partir del punto C una circunferencia con radio determinado. Esta forma de proceder no es posible en actividades con regla, compás y papel, y quizás esta forma de representación 2D/2D que posibilita el GeoGebra obstaculiza la necesidad de realizar una deconstrucción dimensional de la figura a ser copiada.

También como parte de este análisis hemos realizado la siguiente tabla (Tabla 2) donde se utilizaron una adaptación de las categorías propuestas

por Duval (2016) para clasificar los términos utilizados por las estudiantes y los tipos de formulaciones utilizadas en sus mensajes escritos.

Los términos utilizados		
Que remiten a conceptos de la Geometría	Que remiten a conceptos del lenguaje Natural	Que remiten a herramientas del Software
mediatriz recta punto circunferencia	circunferencia nueva pinchen el punto que cae	"centro y punto" herramienta "intersección" herramienta "compas"

Tabla 2. Título: Términos utilizados por las estudiantes.

Fuente: Elaboración propia

Así podemos observar que en los mensajes escritos de este grupo particular de estudiantes conviven en su producción textual tantos términos matemáticos como términos del lenguaje natural y otros asociados específicamente al software GeoGebra, lo que nos permite observar cómo su producción escrita no se ciñe a un único estilo.

Las formulaciones que observamos en los mensajes	
Que remiten a la utilización de herramientas del GeoGebra	Que no remiten a la utilización de herramientas del GeoGebra
ocultar los puntos que aparecieron Utilizando "centro y punto" Con la herramienta "intersección"	Trazar una recta pinchamos en la recta después colocamos un trazar la mediatriz del segmento $\overline{CB}$. que pase a una distancia que sea un poco más de la mitad

Tabla 3. Título: Las formulaciones que observamos en los mensajes.

Fuente: Elaboración propia

Las formulaciones que observamos en el mensaje fueron agrupadas en dos categorías: aquellas que remiten a la utilización explícita de herramientas del GeoGebra y las que no lo hacen. Con esto queremos visibilizar que en sus expresiones escritas las integrantes de este grupo explicitan la utilización de ciertas herramientas del software.

Próximamente nos proponemos avanzar en el análisis del material recolectado y esbozar algunas conclusiones acerca de los efectos que tuvo la incorporación al medio didáctico del software en este grupo particular.

Recapitulación

Para finalizar este capítulo retomaremos algunas ideas que consideramos de importancia respecto del trabajo planteado. Primeramente, reconocer el potencial que tienen las situaciones de comunicación como medio de aprendizaje, no sólo en los niveles de educación primario y secundario sino en el nivel superior. Este tipo de situaciones permite a los estudiantes la exploración tanto de figuras y sus propiedades, como de la necesidad de explorar la generación de textos coherentes que permitan su reproducción. Dicha actividad resulta de importancia para el desarrollo de la vida profesional docente, lo cual permite tomar decisiones a los estudiantes sobre qué información es necesaria comunicar y qué información es superflua.

Por otro lado, como hemos expuesto a lo largo de este escrito, el trabajo con rosetones permite la articulación de diversas nociones matemáticas. Su comunicación requiere recurrir a otros elementos de la geometría que no necesariamente son visibles a simple vista en el dibujo, es decir, insta al trazado de figuras auxiliares, lo que permite desarrollar en los alumnos otras formas de “ver” que están más relacionadas con la matemática.

Finalmente, y no por esto menos importante, se expusieron algunos análisis respecto de las producciones de las alumnas. Estas producciones muestran como la incorporación del software GeoGebra en una clase de Geometría no es inocua, por lo que nos proponemos continuar avanzando en el análisis de los efectos que tuvo su inclusión al medio didáctico en este tipo de situaciones particulares.

Referencias

- Acosta Gempeler, Martín Eduardo. (2007). La Teoría Antropológica de lo Didáctico y las Nuevas Tecnologías. En Luisa Ruiz Higuera, Antonio Estepa Castro, Francisco Javier García García (coord.): *Sociedad, escuela y matemáticas: aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico*. Jaén: Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones.
- Balacheff, Nicolás. (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En Gorgorio Solá Nuria, Deulofeu Piquet Jordi y Bishop, Alan. (coord.), *Matemática y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona: Graó de Irif, S.L.
- Brousseau, Guy. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Chevallard, Yves, Bosch, Marianna y Gascón, Josep. (1997). *Estudiar Matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori. Universidad de Barcelona.
- Cornejo Endara, Rafael. (2023, agosto). *Interacciones que grupos emisores y receptores establecen en situaciones de comunicación de figuras geométricas con GeoGebra*. Trabajo presentado en las XII Jornadas de investigación en educación: Problemáticas contemporáneas e investigación educativa: derechos, democratización y desigualdades. Córdoba. Argentina.
- Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires. (2018). *Diseño curricular para la educación primaria: primer ciclo y segundo ciclo; coordinación general de Sergio Siciliano*. La Plata. Argentina.
- Duval, Raymond. (2016). El funcionamiento cognitivo y la comprensión de los procesos matemáticos de la prueba. En Luis Radford y Bruno D'Amore (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas*:

perspectivas semióticas seleccionadas (pp. 95-125). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Fregona, Dilma y Orús Báguena, Pilar. (2013) *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Hernández Sampieri, Roberto, Fernández Collado, Carlos y Baptista Lucio, Pilar. (2006). *Metodología de la Investigación* (4ª ed.). México D.F.: Mc Graw Hill.

Serres, Michel (2013). *Pulgarcita: el mundo cambió tanto que los jóvenes deben reinventar todo: una manera de vivir juntos, instituciones, una manera de ser y de conocer....* Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.

Tirao, Juan Alfredo. (1979). *El Plano*. Buenos Aires: Docencia.

Venant, Fabienne y Venant, Pauline (2014) *La technologie au service d'une situation-problème: exemple de la rosace à huit branches. Grand N*, 93, 59-91.

Villarreal, Mónica. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *VEsC*, 5. 73-94.