Agustín Mauro Eugenio Mié Battán Barbara Paez Sueldo Juan Rocha (Eds.)





# Filosofía de la Ciencia por Jóvenes Investigadores Vol. 5

Agustín Mauro Eugenio Mié Battán Barbara Paez Sueldo Juan Rocha

(Eds.)



Filosofía de la ciencia por jóvenes investigadores vol. V / Paulina Abaca... [et al.];

Editado por Agustín Mauro... [et al.]. - 1a ed. - Córdoba: Universidad Nacional de

Córdoba. Facultad de Filosofía y Humanidades, 2025.

Libro digital, PDF - (Colecciones del CIFFyH)

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-950-33-1894-2

1. Epistemología. 2. Filosofía de la Ciencia. I. Abaca, Paulina II. Mauro, Agustín, ed.

CDD 120

Publicado por

Área de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades - UNC

Córdoba - Argentina

1º Edición

Área de

**Publicaciones** 

Diseño gráfico y diagramación: María Bella

Corrección técnica: Martina Schilling

2025



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento – Compartir Igual (by-sa)

# 3

### Comentario

# "La ontología matemática de Kurt Gödel: acerca de los objetos de la matemática"<sup>1</sup>

José A. Rodríguez Stabio\*

Cuando me ofrecieron comentar este trabajo, me vi envuelto en un gran aprieto. El mismo podría expresarse con las palabras "no tengo nada para decir al respecto". Me resultó inevitable conversar sobre esto con un colega y amigo, con el cual llegamos a la conclusión de que el gran problema a la hora de comentar un trabajo sobre Kurt Gödel, estaba directamente relacionado con lo que resulta una característica central y muy notoria de su obra. Lo resumimos en la frase "El problema con Gödel, es que no hay problema".

Lo que con esto queremos decir, es que la obra de Gödel no es la de un filósofo que se dedicó a especular largo y tendido sobre problemas y dominios del conocimiento difusos y disímiles entre sí, lo cual no sería necesariamente negativo. En todo caso, es la obra de un brillante lógico y matemático que se dedicó a demostrar formalmente cada uno de sus grandes aportes a la disciplina. Basta un breve vistazo a sus obras completas para comprobarlo: sin ir más lejos, Gödel reescribe su tesis doctoral con el objetivo de publicarla, convirtiéndola en un artículo que comprende una demostración, la cual extiende a lo largo de, tan solo, 15 páginas.

Por lo tanto, pretendo que mi aporte, a través de este comentario, sea el de identificar algunos puntos que han sido dados por hecho, o bien pasados por alto, en lo que sobre de Gödel se dice, y que resultan en realidad más problemáticos de lo que parece a simple vista.

<sup>1</sup> Comentario a Soberón, D. J. (2025). La ontología matemática de Kurt Gödel: acerca de los objetos de la matemática. En *este volumen*. Editorial FFyH.

<sup>\*</sup>FFyH, UNC / Contacto: josearodriguez@mi.unc.edu.ar

### 1. Respecto del "fracaso" del proyecto logicista

Se ha repetido hasta el hartazgo que la tesis de incompletitud tiene como consecuencia la inviabilidad del programa de Hilbert, lo cual consolidaría "el fracaso del proyecto logicista". Creo que ni hay acuerdo al respecto, ni tiene sentido, aun si la incompletitud implica la inviabilidad del programa de Hilbert, hablar de fracaso.

En la entrada sobre Kurt Gödel de la enciclopedia Stanford, escrita por Juliette Kennedy (2020), se discute sobre la inviabilidad del programa de Hilbert. Lo que está en cuestión, en realidad, es la forma en la que dicho programa debe ser interpretado.

Lo que Kennedy sostiene, en última instancia, es que si bien el segundo teorema de incompletitud derriba al programa de Hilbert como tradicionalmente se lo ha concebido, esta no es la única forma de entenderlo. Versiones más "débiles" del mismo serían perfectamente realizables:

Dejando a un lado la adecuación intensional, desde otras perspectivas parece que el programa de Hilbert no era irrealizable, si se admite una noción más amplia de finitud. Para algunos, esas relativizaciones representan un alejamiento demasiado radical del programa en su formulación original. (Kennedy, 2020)

De lo que parece estar hablando es de la prueba que presenta Gentzen sobre la consistencia de la aritmética de Peano. El problema con dicha prueba radica en el requerimiento original de Hilbert de que la prueba sea finitista, el cual Gentzen viola al utilizar una inducción transfinita en su prueba.

Por su parte, Hannes Leitgeb ha reflotado el tema recientemente al presentar "una defensa del Logicismo", un artículo que, en sus propias palabras, viene trabajando desde el 2008 a partir de las respuestas que recibe sobre una participación suya en el 31º simposio sobre Wittgenstein. Sin ánimos de entrar en detalles, sólo pretendo ilustrar la falta de acuerdo que hay al respecto.

Pero además, si algo nos debe resultar en extremo curioso, es el hecho de que Gödel parecía tener intereses completamente opuestos cuando arriba por primera vez a la incompletitud. Panu Raatikainen (2022) nos comenta, con las siguientes palabras, sea como fuere, parece que Gödel llegó a las primeras observaciones exactas sobre la incompletitud por una vía diferente, durante sus intentos de contribuir al programa de Hilbert, y no de socavarlo".

¿Tiene sentido, más allá de si la incompletitud demuestra inviable el proyecto de Hilbert, hablar de "fracaso" al referirnos al logicismo? Creo que la respuesta es no, sobre todo si tenemos en cuenta los grandes avances logrados por estos estudiosos.

## 2. Sobre que dice y que no dice la incompletitud

En segundo lugar, debo denunciar que la incompletitud es un lugar demasiado común en la argumentación sobre cuestiones lógicas o matemáticas, que suele ser utilizada de forma incorrecta. La incompletitud suele ser esgrimida para socavar cualquier tipo de prueba. Frecuentemente escuchamos a estudiantes, e incluso profesores, responder ante una demostración sólida: "Bueno, pero Gödel ha demostrado que la (lógica, matemática, etc.) es incompleta".

Aparentemente motivados por esta misma preocupación, Martínez y Piñeiro (2009) resaltan siete formas en las que el teorema de Gödel puede ser malentendido:

- 1. "El teorema de Gödel establece un límite a las pretensiones de la razón humana.
- "El teorema de Gödel dice que ninguna verdad puede ser establecida de forma definitiva."
- 3. "El teorema de Gödel dice que no hay certidumbre total ni siquiera en el dominio de las matemáticas."
- 4. "El teorema de Gödel dice que ninguna teoría es consistente."
- 5. "El teorema de Gödel dice que ninguna teoría puede ser a la vez consistente y completa."
- 6. "El teorema de Gödel dice que toda teoría para la aritmética es incompleta."
- 7. "El teorema de Gödel dice que toda teoría recursiva es incompleta." (Martínez y Piñeiro, 2009, pp. 66-67)

Todos estos puntos tienen una respuesta en común, y consiste en entender a qué campo se acota el teorema de incompletitud. El teorema de incompletitud en su versión completa, (primer y segundo teorema) sostiene que:

En cualquier sistema formal consistente en el que se puede realizar una cierta cantidad de aritmética, existen enunciados del lenguaje que no pueden demostrarse ni refutarse en (...) En un sistema formal de este tipo no puede demostrarse que el propio sistema sea coherente. (Raatikainen, 2022)

Sin ir más lejos, fue el mismo Gödel quien demostró por primera vez la completitud de la lógica proposicional, al igual que la del cálculo de predicados. Posteriormente se han presentado pruebas de completitud de una gran cantidad de sistemas, como ser la familia de sistemas modales normales, o la lógica intuicionista.

La siguiente cita de Gödel para todos (2009) de Martínez y Piñeiro, ilustra adecuadamente el pretendido espíritu de esta crítica contra las lecturas relativistas:

El Teorema de Gödel no pone en tela de juicio ninguno de los resultados matemáticos ya establecidos, sino que revela la limitación de los métodos finitistas de comprobación de esos resultados. En particular (...) se tiene la certidumbre total de que dos más dos es cuatro, y de que el Teorema de Gödel es cierto. (Martínez y Piñero, 2009, p. 67)

El objetivo de este comentario no es ir en contra de las posibles metáforas o paralelismos que puedan establecerse entre la incompletitud y otras disciplinas del conocimiento diferentes de las formales. Simplemente busca advertir que las mismas deben ser elaboradas con sumo cuidado, si no queremos caer en grandes equívocos.

#### Referencias

Kennedy, J. (Martes 13 de Febrero de 2007). Kurt Gödel. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. https://plato.stanford.edu/archives/ win2020/entries/goedel/

Martínez, G., y Piñeiro, G. (2009). Gödel para todos. Seix Barral.

Raatikainen, P. (Lunes 11 de noviembre de 2013). Gödel's Incompleteness *Theorems.* The Stanford Encyclopedia of Philosophy. https://plato. stanford.edu/archives/spr2022/entries/goedel-incompleteness/

