

ISBN 978-950-33-1584-2

Edición de
ANDRÉS A. ILCIC
SOFÍA MONDACA
PABLO TORRES
A. NICOLÁS VENTURELLI

Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia

30°

30° Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia

Edición de

Andrés A. Ilcic
Sofía Mondaca
Pablo Torres
A. Nicolás Venturelli

Colecciones
del CIFFyH 

30° Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia / Sergio Aramburu... [et al.] ; editado por Andrés Ilcic ... [et al.]. - 1a ed. - Córdoba : Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Filosofía y Humanidades, 2020.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-950-33-1597-2

1. Filosofía de la Ciencia. 2. Historia de la Ciencia Argentina. I. Aramburu, Sergio. II. Ilcic, Andrés, ed.

CDD 306.4209

Ilcic, A. A., Mondaca, S., Torres, P., & Venturelli, A. N. (Eds.). (2020). *30° Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia*. Córdoba, Argentina: Editorial de la Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba.

Publicado por

Editorial de la Facultad de Filosofía y Humanidades - UNC
Córdoba - Argentina

1° Edición



Área de

Publicaciones

Diseño de portadas: Manuel Coll

Diagramación: María Bella

Portada

Imagen superior: Isaac Newton, *Philosophiæ naturalis principia mathematica* (Amsterdam ed.), 1723, p. 267.

Imagen inferior: Oronce Fine, *Le sphere de monde: proprement dicte Cosmographie*, 1549, f. 8v.



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional.



Notas históricas sobre el puente Einstein-Rosen

Víctor Rodríguez*

Pedro Walter Lamberti**,‡

Introducción

Recientemente se ha propuesto una conexión entre el entrelazamiento cuántico y la solución de las ecuaciones de Einstein que conducen a lo que hoy se conoce como el “puente de Einstein-Rosen”. Esta propuesta se realiza en el contexto del estudio de una teoría cuántica de la gravedad. Inicialmente fue presentada por Mark Van Raamsdonk (2010) y ha sido reformulada por J. Maldacena y L. Susskind (2013). Esta eventual y sumamente conjetural conexión ha sido denominada EP=EPR.

¿A qué se refieren estas iniciales? Con diferencia de dos meses, en el año 1935 Einstein y sus colaboradores publicaron dos trabajos que con el tiempo adquirieron una importancia crucial en el marco de la física teórica. El primero (EPR), fue publicado en mayo de 1935 en *Physical Review*, bajo el título “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?”, con autoría de A. Einstein, B. Podolsky y N. Rosen (1935). El segundo (ER), fue publicado en la misma revista en el mes de julio bajo el título “The particle problem in the general theory of relativity”. En este caso los autores son A. Einstein y N. Rosen (1935), este último un joven colaborador del primero.

El trabajo de EPR ha sido extensamente analizado y reconocido por sus profundas implicancias, tanto en los fundamentos de la mecánica cuántica como en las consecuencias tecnológicas de la teoría. De este trabajo surge el concepto de “entrelazamiento cuántico”, recurso básico para el desarrollo de la computación cuántica. Escapa a nuestros objetivos eva-

* Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Facultad de Filosofía y Humanidades (FFyH). Córdoba, Argentina.

** Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Facultad de Matemática, Física, Astronomía y Computación (FAMAF), Córdoba, Argentina.

‡ CONICET, Córdoba, Argentina.
lamberti@famaf.unc.edu.ar

luar este tema dentro del presente trabajo. Nos limitaremos a hacer unas pocas consideraciones sobre el segundo artículo. El primer trabajo refleja, sin lugar a dudas, el estado de desconcierto en materia de interpretación de la mecánica cuántica, al momento de su publicación. No se conoce la verdadera influencia que Einstein tuvo en él. Existen argumentos para concluir que Einstein no se sentía totalmente satisfecho con el resultado del artículo. En una carta a Schrödinger, expresa que el punto principal había sido “sepultado por la erudición”. En esa misma carta da a conocer que el artículo había sido escrito mayoritariamente por Podolsky. Desde su perspectiva, el objetivo del trabajo era presentar un argumento simple para demostrar la “incompletitud de la teoría cuántica”. A la luz de lo ocurrido en los años siguientes a su publicación, el trabajo generó un profundo debate acerca de los cimientos sobre los que se monta la teoría, siendo el realismo y la no-localidad, dos de los aspectos más investigados experimentalmente. La génesis de la no-localidad tiene muchas facetas que están aún lejos de comprenderse.

Desde el punto de vista del desarrollo histórico de la física teórica, 85 años después de la publicación de los trabajos EPR y ER, los grandes temas involucrados siguen teniendo plena vigencia. Si prestamos atención a las motivaciones del trabajo ER, es decir, a la conciliación entre la macro y micro física, si bien se han logrado avances significativos, se está lejos de tener una teoría que permita la descripción del fenómeno gravitatorio a la luz de la mecánica cuántica. Es por ello que estimamos que pequeños abordajes relacionados con aspectos parciales pueden ser útiles, sobre todo atendiendo a un contexto que integre las diferentes facetas que entran en juego. En ese sentido, el presente trabajo tiene pretensiones muy modestas. Consideramos que incursionar en algunos aspectos históricos, puede ayudar a esclarecer algo el panorama conceptual general. En particular, nos limitaremos a elaborar sólo ciertos comentarios sobre el trabajo de A. Einstein y N. Rosen (ER), ya que consideramos que el mismo incluye un conjunto de reflexiones de considerable valor metodológico y epistemológico. Esto toca tanto al propio artículo ER, como a su entorno. La primera impresión que se extrae es que se trata de un período notablemente activo de la física teórica y que constituye una rica fuente de discusiones filosóficas.

El artículo ER

Este trabajo comienza con el siguiente párrafo:

Más allá del gran éxito en varios campos, la física teórica actual está lejos de ser capaz de proveer una fundamentación unificada sobre la cual pueda basarse el tratamiento teórico de todos los fenómenos. Tenemos una teoría general relativista de los fenómenos macroscópicos, la cual hasta ahora ha sido incapaz de dar cuentas de la estructura atómica de la materia y de los efectos cuánticos, y tenemos una teoría cuántica, la cual permite dar cuenta satisfactoriamente de una gran cantidad de fenómenos cuánticos y atómicos pero la cual, por su propia naturaleza, es inadecuada con respecto al principio de la relatividad. Bajo estas circunstancias no parece superfluo encarar la cuestión de en qué extensión la relatividad general puede tomar en cuenta los fenómenos atómicos.¹ (Einstein & Rosen, 1935, p. 73)

Los autores señalan que el objetivo del trabajo es investigar la posibilidad de una teoría atomística de la materia y de la electricidad que sólo haga uso de variables de la teoría de la relatividad general y de la teoría de Maxwell, aunque señalan explícitamente que excluyen las singularidades del campo. A través de un ejemplo, modifican ligeramente las ecuaciones gravitacionales, las que entonces permiten soluciones regulares para el caso estático esféricamente simétrico. Allí aparece un tema sobre el cual ha corrido mucha tinta. Estas soluciones permiten la representación matemática del espacio físico por medio de un espacio de dos hojas idénticas y consideran a una partícula como representada por un puente que conecta a estas dos hojas. Luego se extienden al caso de un sistema de muchas partículas, considerando que se lo podría representar por dos hojas unidas por muchos puentes, pero no lo desarrollan en detalle.

En el artículo, tras hacer un comentario general respecto del estado de la teoría de la relatividad general y de la teoría cuántica, llegan a la conclusión de que es legítimo e importante plantearse la pregunta sobre el alcance del método de la relatividad general para dar cuenta de los fenómenos atómicos, aunque reconocen que no están en condiciones de dar una respuesta contundente sobre si esta teoría puede dar o no cuenta de los fenómenos cuánticos. No obstante, justifican esta estrategia por tratarse de un método con mínimas suposiciones y que permite operar con un

¹ Todas las traducciones de los textos en inglés han sido realizadas por los autores del presente trabajo.

procedimiento claro, donde las eventuales complicaciones se encuentran restringidas a las expresiones matemáticas. En realidad, la pregunta que se hacen es simple: ¿se puede concebir una teoría atomística de la materia y de la electricidad que haga uso solamente de variables del campo gravitacional y de los potenciales vectoriales del electromagnetismo de Maxwell? Aclaran que se supone que las singularidades en el campo están excluidas. Su respuesta a la anterior pregunta es afirmativa y eso es lo que se proponen desarrollar, aunque interpretan que considerando a la solución de Schwarzschild y la extensión de Reissner a la misma, uno podría estar tentado a responder negativamente. Por otro lado, atienden en general a los enfoques previos que intentaron considerar a las partículas como singularidades del campo, pero no comparten esa opinión.

Sobre las singularidades en una teoría de campos

“Una singularidad trae tanta arbitrariedad dentro de la teoría. . . que realmente anula sus leyes. . . . Toda teoría de campo, en nuestra opinión, debe en consecuencia adherir al principio fundamental de que deben excluirse las singularidades del campo” (Einstein & Rosen, 1935, p. 73).

Tomada en sí misma esta cita es potencialmente engañosa. Lo que Einstein y Rosen estaban objetando era no tanto las singularidades del espacio-tiempo en general como la idea de que las partículas materiales puedan ser tratadas como singularidades de un campo gravitacional, una idea que fue explorada por Einstein mismo de vez en cuando. En el artículo en cuestión esta idea fue rechazada por Einstein y Rosen por la razón de que tal singularidad “anula” las leyes de la teoría.

Esta afirmación, que es una declaración de principios, formó parte de un credo que fue discutido por Einstein y otros autores cuando se formuló la teoría general de la relatividad, pero que tiene su historia y se remonta a los albores de la teoría del campo electromagnético de Maxwell. A continuación, y con la única intención de dar una idea del tipo de discusión que originó el concepto de partícula como singularidad, mencionaremos algunas ideas que predominaban en los albores del siglo XX.

En 1904 A.H. Bucherer propuso un electrón no puntual, de volumen constante pero sujeto a la contracción de Lorentz-FitzGerald. En 1908 este autor comunicó a Einstein que él abandonaba su modelo en favor del modelo provisto por la teoría de la relatividad especial. Otros autores de gran influencia en la época, como lo fueron Paul Langevin y Henri

Poincaré propusieron sus propios modelos para una partícula elemental. En un congreso de 1904, Langevin afirmaba que “los hechos experimentales imponen en [las] cargas móviles una estructura granular, discontinua, y llevan a la idea del electrón como una región particular del éter” (Langevin, 1904/1908, p. 124). Poincaré proclamó en 1906 “el final de la materia”. Y explicó que “consecuentemente, esos electrones negativos no tienen masa real; si ellos aparecen equipados con una inercia, es debido al hecho que su velocidad no puede ser cambiada sin una perturbación simultánea del éter luminoso. Su aparente inercia es sólo tomada prestada, no pertenece a ella, sino al éter” (Poincaré, 1906/1917, p. 285). Para este autor francés “hay sólo huecos en el éter” (p. 288).

En el año 1936, Einstein publicó un artículo bajo el título “Física y realidad” (Einstein, 1936), el cual es relevante para conocer los problemas que él consideraba de gran importancia para la física teórica. Y respecto del asunto de la descripción de las partículas en el marco de la teoría electromagnética clásica, dice:

Las ecuaciones de Maxwell en su forma original no permiten . . . la descripción de partículas, debido a que sus soluciones contienen singularidades. Los físicos teóricos han tratado, por largo tiempo, de lograr la modificación de las ecuaciones de Maxwell. Esos intentos, sin embargo, no han sido coronados por éxito. Así ocurre que el objetivo de erigir una teoría puramente electromagnética de la materia, no se ha alcanzado, pero eso no quiere decir que eso no se pueda lograr. (p. 365)

Regresemos al trabajo ER. En su discusión sobre el rol de las singularidades sus autores rescatan un argumento dado a conocer por L. Silberstein en una carta a Einstein y expresan:

Como es bien sabido, Levi-Civita y Weyl han dado un método general para encontrar soluciones estáticas axialmente simétricas de las ecuaciones gravitacionales. Por este método uno puede claramente obtener una solución la cual, excepto para dos singularidades puntuales ubicadas sobre el eje de simetría, es en todas partes regular y es euclidiana en el infinito. En consecuencia, si uno admitiera singularidades como representando partículas uno tendría aquí un caso de dos partículas no aceleradas por su acción gravitacional, lo cual ciertamente debe excluirse físicamente. (Einstein & Rosen, 1935, p. 73)

El intercambio epistolar entre Einstein y Silberstein terminó en una disputa de tono elevado entre ambos científicos, extendiéndose a debates en la prensa, como veremos un poco más adelante (Havas, 1989, 1993).

El trabajo ER con algún detalle formal

En el trabajo ER, los autores buscan construir un modelo geométrico de una partícula elemental que fuese finita y libre de singularidad. El resultado del trabajo, y que aparentemente los satisface, es que

logramos una solución de las ecuaciones de campo modificadas (de la RG,) que resulta ser una representación matemática del espacio físico a través de un espacio de dos hojas idénticas, estando una partícula representada por un 'puente' que conecta a esos dos hojas. (Einstein & Rosen, 1936, p. 73)

Las ecuaciones de campo de Einstein son

$$R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} = kT_{ij}$$

en las cuales, sin entrar en detalles, el lado izquierdo representa a la geometría del espacio-tiempo y el lado derecho hace referencia a la distribución de materia-energía. El vacío se representa con $T_{ij} = 0$. En este caso las ecuaciones de Einstein se reducen a la anulación del tensor de Ricci:

$$R_{ij} = 0$$

Un poco más de un mes después de que Einstein formulara sus ecuaciones en 1915, Karl Schwarzschild encontró la primera solución exacta de las ecuaciones, bajo la condición de simetría esférica. Lo que hoy se conoce como métrica de Schwarzschild se escribe, en coordenadas esféricas (t, r, θ, φ) , de la forma

$$ds^2 = -A(r) dt^2 + \frac{1}{A(r)} dr^2 + r^2(d\theta^2 + (\sin\theta)^2 d\varphi^2)$$

donde la función $A(r)$ está dada por

$$A(r) = 1 - \frac{2m}{r}$$

y m es la masa del objeto ubicado en el origen de coordenadas. Esta métrica tiene dos puntos singulares. Una en $r = 2m$ y la otra en $r = 0$. En esos puntos se anulan los coeficientes de la métrica. La primera no es una singularidad esencial, mientras que la segunda sí lo es. El carácter no esencial de la singular tiene que ver con que ella es debida al sistema de coordenadas en el que se escribe la solución. La región $r > 2m$ es el exterior de la

solución de Schwarzschild, mientras que $r < 2m$ corresponde al interior de un agujero negro. Es importante resaltar que en los primeros años de la RG, no se entendía muy bien la idea y el rol que las singularidades tenían en la teoría (Curiel, 2019).

Una modificación que hizo Einstein a sus ecuaciones, y de la cual se arrepintió, fue la inclusión de un término que hoy se conoce como asociado a la constante cosmológica. En el año 1921, Erich Trefftz construyó una solución exacta de las ecuaciones con constante cosmológica con simetría esférica (Trefftz, 1922). Al año siguiente, Einstein demostró que la solución encontrada por Trefftz contenía una verdadera singularidad. Es interesante rescatar un párrafo de este trabajo de Einstein, donde una vez más pone énfasis en las singularidades:

En vista de la importancia del problema en la cuestión cosmológica, es decir el asunto de la estructura geométrica del universo, estuve interesado en saber si las ecuaciones conducen a la posibilidad física de un universo estático cuyas masas materiales están concentradas en sólo dos cuerpos celestes. Resulta obvio, sin embargo que la solución de Trefftz no permite en absoluto esta interpretación física. (Einstein, 1922, p. 448)

En el trabajo ER los autores introducen una nueva coordenada u tal que

$$r = r_0 + u^2$$

con

$$u \in (-\infty, +\infty)$$

En estas coordenadas, la métrica de Schwarzschild queda

$$ds^2 = -\frac{u^2}{u^2+r_0^2} dt^2 + 4(u^2+r_0) du^2 + (u^2+r_0)^2 d\Omega^2$$

Físicamente esta métrica se puede interpretar como correspondiente a dos copias idénticas del espacio-tiempo de Schwarzschild ($r > r_0$) para $u > 0$ y $u < 0$. Ambos se pegan en $u = 0$.

Desde un punto de vista más técnico, esta solución tiene algunos inconvenientes, uno de ellos no reconocido por los autores. Einstein y Rosen se dan cuenta de la singularidad en $u = 0$. Pero no mencionan que esta solución no satisface las ecuaciones de campo de vacío, pues al reemplazar la solución de ER en ellas resulta un tensor de energía-momento (T_{ij}) singular.

Tras su publicación el trabajo ER recibió atención en la prensa, ciertamente por estar relacionado con el científico más “popular” de ese momento. Fue titular del *New York Times* cuatro días después de su publicación. El cronista encargado de dar la noticia fue W. Laurence, quien también dedicó la primera plana del NYT al artículo EPR.² El titular del NYT tenía cierto tono sensacionalista: “En una nueva vasta teoría, Einstein une los átomos con las estrellas, en un sistema unificado”. Pero no sólo en esta oportunidad el trabajo ER terminó en la prensa.

En el número del 1 de febrero de 1936, aparece un artículo en el *Physical Review*, cuyo autor es L. Silberstein. El mismo lleva por título “Solución de dos centros de las ecuaciones del campo gravitatorio, y la necesidad de una teoría de la materia modificada”. El autor de este trabajo cree haber demostrado que la RG era una teoría problemática. Rescatamos la forma en que lo expresa:

Así la solución (1), (10) corresponde a una ausencia total de materia por doquier (tensor de materia), excepto sólo en los puntos A y B, los “centros de masa”. Así (a diferencia de las soluciones de Bach y Weyl) no hay ninguna tensión para mantener los puntos apartados como una barra rígida. Y realmente siendo la solución estacionaria, invariable en el tiempo) los dos puntos son relativamente fijos uno del otro, en lugar de caer uno hacia el otro, lo cual contradice de manera flagrante una de las experiencias humanas más antiguas y primitivas. (Silberstein, 1936, p. 270)

El 10 de febrero de 1936, el periódico *Montreal Gazette* (Canadá) publica una nota titulada “Einstein dice que el ataque a su teoría por parte de un profesor (de la Universidad) de Toronto, estaba basado en un error”.

En marzo de ese año Einstein pide a Silberstein que retire esa publicación. Además, en términos poco amigables, expresa que la noticia del periódico canadiense “contenía la afirmación idiota” de que Silberstein había modificado su teoría de la RG.

Más allá de estas escaramuzas, el trabajo ER no tuvo gran impacto inmediato en la comunidad de físicos. El término “Agujero de Gusano” con que se asocia a la solución de ER, no aparece hasta un trabajo de J.A. Wheeler y C. Misner del año 1957 (Misner & Wheeler, 1957). Ellos, inspirados en un trabajo de H. Weyl de 1928 (quien llamaba a los agujeros de

² La aparición de la nota periodística dedicada al trabajo EPR provocó un fuerte enojo de Einstein con Podolsky, pues el artículo en el *Physical Review* apareció 11 días después de la nota en el NYT.

gusano, “tubos unidimensionales” [1928, p. 65]), introducen la idea de que “los campos electromagnéticos están atrapados en los ‘huecos de gusano’ de un espacio múltiplemente conexo” (Misner & Wheeler, 1957, p. 525).

Algunos autores ven a un trabajo de L. Flamm (1916) como la primera referencia a un agujero de gusano en el contexto de la RG. Revisando tal trabajo no es obvia tal mención; a lo sumo lo que se puede interpretar del trabajo de Flamm es la idea de lo que hoy llamaríamos “un agujero blanco”, pero ese enfoque escapa a nuestro objetivo.

Conclusiones

En el trabajo “Física y realidad”, ya mencionado, Einstein dedica extensos párrafos a los dos trabajos del '35. Respecto al ER dice:

Aquí, nuevamente el intento de construir partículas a partir de la teoría de campos, aparentemente conduce a singularidades. Aquí el esfuerzo ha sido realizado para vencer este defecto mediante la introducción de nuevas variables de campo y mediante la elaboración de un sistema de ecuaciones de campo ampliado. Recientemente, sin embargo, yo descubrí con el doctor Rosen, que la arriba mencionada simple combinación de las ecuaciones de campo de la gravedad y la electricidad produce soluciones centralmente simétricas las cuales pueden representarse como libre de singularidades. . . . De este modo parece posible lograr para la materia y sus interacciones una teoría de campos pura libre de hipótesis adicionales. (Einstein, 1936, p. 371)

Hay autores que ven en ambos trabajos, el EPR y el ER, una búsqueda de auto consistencia de ambas teorías: la RG y la mecánica cuántica. En cuanto a la mecánica cuántica, el trabajo EPR habla por sí sólo, pero lo que no se explicita en el trabajo ER, es el tema de las ecuaciones de movimiento en la teoría del campo gravitatorio.

El problema del movimiento estuvo en el centro de las preocupaciones de Einstein y de varios científicos desde el origen de la teoría de la relatividad general. En su formulación inicial había supuesto que las leyes del movimiento son independientes de las ecuaciones de campo que dan cuenta de las interacciones entre los cuerpos. Quizás valga la pena recordar que Eddington llegó a la conclusión de que, para las partículas materiales consideradas como singularidades del campo, las leyes de movimiento de las singularidades deben estar contenidas en las ecuaciones de campo (Eddington, 1918). En particular, el problema de los dos cuerpos fue una

parte importante en este tema. Sin embargo, hubo que esperar hasta 1938, para que el tema de las ecuaciones de movimiento se esclareciera un poco más. Ese trabajo que tiene por autores a A. Einstein, L. Infeld y B. Hoffmann, fue publicado bajo el título “The gravitation field equation and the problem of motion” (Einstein, Infeld, & Hoffmann, 1938).

Referencias

- Curiel, E. (2019). Singularities and black holes. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford encyclopedia of philosophy* (Spring 2019 edition). <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/spacetime-singularities/>
- Eddington, A. S. (1918). *Report on the relativity theory of gravitation*. Londres: Fleetway Press.
- Einstein, A. (1922). Bemerkung zu der Abhandlung von E. Trefftz: ‘Das statische Gravitationsfeld zweier Massenpunkte in der Einsteinschen Theorie’. *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften Physikalisch-Mathematische Klasse*, 448-449.
- Einstein, A. (1936). Physics and reality. *Journal of the Franklin Institute*, 221(3), 349-382.
- Einstein, A., Infeld, L., & Hoffmann, B. (1938). The gravitational equations and the problem of motion. *Annals of Mathematics*, 39(1), 65-100.
- Einstein, A, Podolsky, B., & Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, 47(10), 777-780.
- Einstein, A, & Rosen, N. (1935). The particle problem in the general theory of relativity. *Physical Review*, 48(1), 73.
- Flamm, L. (1916). Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift* 17, 448-454.
- Gibbons G. (2015): Editorial note to: Ludwig Flamm, Contribution to Einstein’s theory of gravitation. *General Relativity and Gravitation*, 47, 71.

- Havas, P. (1989). The early history of the “problem of motion” in general relativity. En D. Howard & J. Stachel (Eds.), *Einstein and the history of general relativity* (pp. 234-276). Boston: Birkhäuser.
- Havas, P. (1993). The general-relativistic two-body problem and the Einstein-Silberstein controversy. En J. Earman, M. Janssen, & J. D. Norton (Eds.), *The attraction of gravitation: New studies in the history of general relativity* (vol. 1, pp. 88-125). Springer Science & Business Media.
- Langevin, P. (1908). The relations of physics of electrons to other branches of science. En H. J. Rogers (Ed.), *International congress of arts and science (Vol. VII): Physics and chemistry* (pp. 121-156). London; New York: University Alliance. (Obra original presentada en 1904)
- Maldacena, J., & Susskind, L. (2013). Cool horizons for entangled black holes. *Fortschritte der Physik*, 61(9), 781-811.
- Misner, C. W., & Wheeler, J. A. (1957). Classical physics as geometry. *Annals of Physics*, 2(6), 525-603.
- Poincaré, H. (1917). *La science et l'hypothèse*. Paris: Flammarion. (Obra original publicada en 1906)
- Silberstein, L. (1936). Two-centers solution of the gravitational field equations, and the need for a reformed theory of matter. *Physical Review*, 49(3), 268.
- Treffitz, E. (1922). Das statische Gravitationsfeld zweier Massenpunkte in der Einsteinschen Theorie. *Mathematische Annalen*, 86, 317-326.
- Van Raamsdonk, M. (2010). Building up spacetime with quantum entanglement. *General Relativity and Gravitation*, 42(10), 2323-2329.
- Weyl, H. (1928) *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*. En A. Bäumler, & M. Schröter, *Handbuch der Philosophie*. Munich: Leibniz Verlag.